Контрольная работа № 1

1 вариант

1). Для функции $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$.
Найти $f(0), f(1), f(-3), f(5)$.

2). Найти $D(y)$, если:

a). $y = -5x^5 + 2x + 3$; $б$). $y = \dfrac{7x^3 - 1}{x + 4}$

$в$). $y = \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$; $г$). $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$

3). Построить график функции:
а). $y = -x + 5$
б). $y = x^2 - 2$
По графику определить :
а). Монотонность функции;
б). Ограниченность функции;
в). Минимальное (максимальное) значение функции

4). Для заданной функции найти обратную:

a). $y = -2x + 3$; $б$). $y = \dfrac{x - 1}{2x - 1}$

2 вариант

1). Для функции $f(x) = 3x^2 - x^3 + 2$. Найти $f(0), f(1), f(-3), f(5)$.

2). Найти $D(y)$, если:

a). $y = 4x^4 - 5x - 1$; $б$). $y = \dfrac{3 - 2x^4}{x - 3}$

$в$). $y = \sqrt{-x^2 - 4x + 5}$; $г$). $y = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 9}}$

3). Построить график функции:
а). $y = x - 7$
б). $y = -x^2 + 2$
По графику определить :
а). Монотонность функции;
б). Ограниченность функции;
в). Минимальное (максимальное) значение функции

4). Для заданной функции найти обратную:

a). $y = 5x - 4$

$б$). $y = \dfrac{3x + 1}{x + 2}$

Контрольная работа № 2

1 вариант

1). Вычислите:

a). $\sin\dfrac{7\pi}{3}$, $б$). $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right)$,

$в$). $tg\left(-\dfrac{13\pi}{6}\right)$, $г$). $ctg 13{,}5\pi$

$д$). $2\sin 870^0 + \sqrt{12}\cos 570^0 - tg^2 60^0$.

2). Упростите:
$ctgt \cdot \sin(-t) + \cos(2\pi - t)$

3). Известно, что: $\sin t = \dfrac{4}{5}, \dfrac{\pi}{2} < t < \pi$.
Вычислить $\cos t,\ tgt,\ ctgt$.

4). Решите уравнение:

a). $\sin t = \dfrac{1}{2}$, $б$). $\cos t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

5). Докажите тождество: $\dfrac{ctgt}{tgt + ctgt} = \cos^2 t$.

2 вариант

1). Вычислите:

a). $\sin\dfrac{9\pi}{4}$, $б$). $\cos\left(-\dfrac{4\pi}{3}\right)$,

$в$). $tg\left(-\dfrac{7\pi}{6}\right)$, $г$). $ctg\dfrac{5\pi}{4}$

$д$). $4\sin^2 120^0 - 2\cos 600^0 + \sqrt{27} tg 660^0$.

2). Упростите:
$tgt \cdot \cos(-t) + \sin(\pi + t)$

3). Известно, что:
$\sin t = \dfrac{3}{5}, \dfrac{\pi}{2} < t < \pi$.
Вычислить $\cos t,\ tgt,\ ctgt$.

4). Решите уравнение:

a). $\sin t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $б$). $\cos t = -\dfrac{1}{2}$.

5). Докажите тождество:
$\dfrac{tgt}{tgt + ctgt} = \sin^2 t$.

Контрольная работа № 3

1 вариант	2 вариант
1). Найти наименьшее и наибольшее значения функций: *а*). $y=\sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$; *б*). $y=\cos x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$. 2). Упростить выражение: *а*). $\sin^2(\pi+t)-\sin^2(\pi-t)$; *б*). $\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+t\right)}{\sin(\pi-t)\cdot tg(-t)}$ 3). Исследуйте функцию на четность: $y=\dfrac{ctg^2x}{x^4+2x^2+2}$ 4). Постройте график функции: $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$ 5). Известно, что $f(x)=2x^2+3x-1$. Докажите, что $f(cosx)=3cosx-2sin^2x+1$.	1). Найти наименьшее и наибольшее значения функций: *а*). $y=\sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{3}\right]$; *б*). $y=\cos x$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};0\right]$. 2). Упростить выражение: $\cos^2(2\pi-t)+\cos^2(\frac{3\pi}{2}+t)$ *б*). $\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+t\right)\cdot ctg(-t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}$ 3). Исследуйте функцию на четность: $y=\dfrac{tg5x}{3x^{16}-x^2+1}$ 4). Постройте график функции: $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2$ 5). Известно, что $f(x)=3x^2+2x-1$. Докажите, что $f(sinx)=2sinx-3cos^2x+2$.

Контрольная работа № 4

1 вариант	2 вариант
1). Решить уравнение: *а*). $2\sin x+\sqrt{2}=0$; *б*). $\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+1=0$; *в*). $\cos(2\pi-x)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=1$ *г*). $\sin x\cos x+2\sin^2x=\cos^2x$ 2). Найти корни уравнения $\sin^2x-2\cos x+2=0$ на отрезке $[-5\pi;3\pi]$. 3). Решить уравнение: $3\sin^2x-4\sin x\cos x+5\cos^2x=2$ 4). Найти корни уравнения $\sin 3x=\cos 3x$, принадлежащие отрезку $[0;4]$.	1). Решить уравнение: *а*). $2\cos x+\sqrt{3}=0$; *б*). $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+1=0$; *в*). $\sin(2\pi-x)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+1=0$ *г*). $3\sin^2x=2\sin x\cos x+\cos^2x$ 2). Найти корни уравнения $\cos^2x+3\sin x-3=0$ на отрезке $[-2\pi;4\pi]$. 3). Решить уравнение: $5\sin^2x-2\sin x\cos x+\cos^2x=4$ 4). Найти корни уравнения $\sin 2x=\sqrt{3}\cos 2x$, принадлежащие отрезку $[-1;6]$.

Контрольная работа № 5

1 вариант

1). Вычислить:

а). $\sin 58^0 \cos 13^0 - \cos 58^0 \sin 13^0$;

б). $\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{7\pi}{12}$

2). Упростить выражение:

а). $\cos(t - x) - \sin t \sin x$;

б). $\frac{1}{2}\cos t - \sin\left(\frac{\pi}{6} + t\right)$.

3). Доказать тождество:

$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

4). Решить уравнение

а). $\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x = 0$

б). $\frac{tg4x - tg3x}{1 + tg4xtg3x} = \sqrt{3}$

5). Зная, что $\sin\alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, найти $tg\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

2 вариант

1). Вычислите:

а). $\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{10}$;

б). $\cos 78^0 \cos 108^0 + \sin 78^0 \sin 108^0$

2). Упростить выражение:

а). $\cos(\alpha - \beta) + \cos\alpha \sin\beta$;

б). $\frac{1}{2}\sin\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$.

3). Доказать тождество:

$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$

4). Решить уравнение

а). $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 0$

б). $\frac{tgx + tg2x}{1 - tgxtg2x} = 1$

5). Зная, что $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, найти $tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Контрольная работа № 6

1 вариант

1). Найдите производную функции:

а). $y = x^4$; *б).* $y = 4$;

в). $y = -\frac{3}{x}$; *г).* $y = 3x + 2$;

д). $y = 2\cos x - 4\sqrt{x}$.

2). Найдите угол, который образует с положительным лучом оси абсцисс касательная к графику функции $y = \frac{x^{10}}{10} - \frac{x^7}{7} + x\sqrt{3} - 2$ в точке $x_0 = 1$.

3). Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^4 - 2t^2$. Найдите ее скорость в момент времени $t = 3$ *с*.

4). Дана функция $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Найдите:

а). Промежутки возрастания и убывания функции;

б). Точки экстремума;

в). Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1;4]$.

2 вариант

1). Найдите производную функции:

а). $y = x^7$; б). $y = 5$;

в). $y = -\frac{6}{x}$; г). $y = 4x + 5$;

д). $y = \sin x + 0{,}5\sqrt{x}$.

2). Найдите угол, который образует с положительным лучом оси абсцисс касательная к графику функции $y = \frac{x^8}{8} - \frac{x^5}{5} - x\sqrt{3} - 3$ в точке $x_0 = 1$.

3). Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^6 - 4t^4$. Найдите ее скорость в момент времени $t = 2c$.

4). Дана функция $y = 0{,}5x^4 - 4x^2$.

Найдите:

а). Промежутки возрастания и убывания функции;

б). Точки экстремума;

в). Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1;3]$.

Контрольная работа № 7 (итоговая)

1 вариант	2 вариант
1). Дана функция $f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)$. Составить уравнение касательной к графику в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{6}$. Установить, в каких точках промежутка $[0;\pi]$ касательная к графику данной функции составляет с осью Ox угол 60^0. 2). Решите уравнение: $ctgx-\sin x=2\sin^2\frac{x}{2}$ 3). Упростите выражение: *а).* $\cos 4x-\sin 4x\cdot ctg2x$; *б).* $\frac{1+ctg2x\cdot ctgx}{tgx+ctgx}$. 4). Постройте график функции с полным исследованием функции $y=2x^3+3x^2-1$.	1). Дана функция $f(x)=\frac{2}{3}\cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)$. Составить уравнение касательной к графику в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{3}$. Установить точки минимума и максимума, а также наибольшее и наименьшее значение на промежутке $[0;\pi]$. 2). Решите уравнение: $\sin 2x=\cos^4\frac{x}{2}-\sin^4\frac{x}{2}$ 3). Упростите выражение: *а).* $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$; *б).* $\frac{tg2x}{tg4x-tg2x}$. 4). Постройте график функции с полным исследованием функции $y=x^3-3x^2+2$.

Оценочные материалы по алгебре 11 класс

Критерии и нормы оценки знаний, умений и навыков, обучающихся по математике.

Оценка письменных контрольных работ, обучающихся по математике.

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не явилось специальным объектом проверки);
- допущены одна или есть два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Контрольно-измерительные материалы по алгебре и началам анализа
составлены по следующему пособию:

Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Контрольные работы для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) /В.И.Глизбург; под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2009. -32 с.

№ урока	Контрольная работа	Дата по календарю	Фактическая дата	Источник
7	Входная контрольная работа			http://kopilkaurokov.ru/matematika/testi?class=11
22	Контрольная работа по теме «Степени и корни. Степенная функция»			стр.4-5
41	Контрольная работа по теме «Показательная функция»			стр. 8-9
54	Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция»			стр.12-13
56	Полугодовая контрольная работа			http://kopilkaurokov.ru/matematika/testi?class=11
68	Контрольная работа по теме «Логарифмические неравенства»			стр.16-17
75	Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл»			стр.20-21
87	Контрольная работа по теме «Комбинаторика и теория вероятности»			стр.24-25
111	Контрольная работа по теме «Уравнения и			стр.28-29

	неравенства»			
128	Итоговая контрольная работа			http://kopilkaurokov.ru/matematika/testi?class=11

Входная контрольная работа

Вариант 1

1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{x+3}{x^2-2x}}.$$

2. Решите уравнение: $8\sin^2 x - 5 = 2\cos x$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = 0{,}5x^4 - 4x^2$ на возрастание, убывание и экстремум. Постройте ее график.

4. Площадь прямоугольника равна 36 дм^2. Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр прямоугольника был наименьшим?

а) Задайте формулой функцию, для которой необходимо будет найти точку минимума.

б) Найдите длины сторон прямоугольника, удовлетворяющие условию задачи.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x}{2 - x}}.$$

2. Решите уравнение: $4 \sin x + 3 \cos^2 x = \sin^2 x$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$ на возрастание, убывание и экстремум. Постройте ее график.

4. Представьте число 16 в виде произведения двух положительных множителей, сумма квадратов которых будет наименьшей.

а) Задайте формулой функцию, для которой необходимо будет найти точку минимума.

б) Найдите множители, удовлетворяющие условию задачи.

Контрольная работа по теме «Степени и корни. Степенная функция»

Вариант 1

1. Вычислите:
   а) $\sqrt[5]{-100000}$; б) $\sqrt[4]{1296}$; в) $-\sqrt[6]{0{,}000064} + \sqrt[3]{-1331}$.
2. Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt[3]{31}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt[6]{666}$.
3. Постройте график функции:
   а) $y = \sqrt[3]{x-2} + 1$; б) $y = -\sqrt[6]{x+1} - 2$.
4. Вычислите: $\sqrt{40\sqrt{12}} - 4\sqrt[4]{75}$.
5. Найдите значение выражения: $\sqrt{9b^2} - \sqrt[3]{8b^3} - \sqrt[4]{256b^4} + \sqrt[8]{2401}$ при $b = \sqrt{7} - 3$.
6. Решите уравнение: $\sqrt[8]{x-2} = -x + 4$.

Вариант 2

1. Вычислите:
   а) $\sqrt[3]{-4096}$; б) $\sqrt[6]{0{,}000064}$; в) $\sqrt[7]{-128} + \sqrt[4]{0{,}0625}$.

2. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[6]{11}$.
3. Постройте график функции:
   а) $y = \sqrt[5]{x+1} - 2$; б) $y = -\sqrt[4]{x-2} + 1$.
4. Вычислите: $6\sqrt[4]{75} - 2\sqrt{15\sqrt{27}}$.
5. Найдите значение выражения: $\sqrt{25a^2} + \sqrt[3]{64a^3} - \sqrt[4]{16a^4} - \sqrt[6]{676}$ при $a = \sqrt[3]{26} - 3$.
6. Решите уравнение: $\sqrt[9]{x+2} = -x - 4$.

Дата по плану: 18.11 Дата факт:

Контрольная работа по теме «Показательная функция»

Вариант 1

1. Вычислите:
   а) 5^{-3}; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; в) $32^{\frac{1}{5}} - 64^{\frac{1}{2}}$; г) $\left(3 - 2^{\frac{1}{3}}\right)\left(9 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)$.
2. Постройте график функции: а) $y = x^{\frac{1}{3}} - 3$; б) $y = 3^{x-1}$.
3. Решите уравнение: а) $\sqrt{3} \cdot 3^{5x} = \frac{1}{3}$; б) $9^x + 6 \cdot 3^{x-1} - 15 = 0$.
4. Решите неравенство: $\left(\frac{2}{7}\right)^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} < \left(\frac{4}{49}\right)^{x^2}$.
5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - x^{-2}$ в точке x=1.
6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \left\{\left(\frac{1}{3}\right)^x, x \geq 0; \right|$
   а) Вычислите: f(-1), f (3).
   б) Постройте график функции.
   в) Найдите область значений функции.
   г) Выясните, при каких значениях параметра a уравнение $f(x) = a$ имеет два корня.

Вариант 2

1. Вычислите:
   а) 3^{-4}; б) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-1}$; в) $27^{\frac{1}{3}} + 49^{\frac{1}{2}}$; г) $\left(1 + 5^{\frac{2}{3}}\right)\left(1 - 5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{4}{3}}\right)$.
2. Постройте график функции: а) $y = (x+1)^{\frac{1}{5}}$; б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$.
3. Решите уравнение: а) $\sqrt{2} \cdot 2^{3x} = \frac{1}{2}$; б) $4^x + 2^{x+2} - 12 = 0$.
4. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{25}\right)^{16-x}$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}x^3$ на отрезке [0;8].
6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \{3^x - 2, x \leq 0; |$ а) Вычислите: f(-2), f (7).

б) Постройте график функции.
в) Найдите область значений функции.
г) Выясните, при каких значениях параметра a уравнение $f(x) = a$ имеет два корня.

Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 1

1. Вычислите: а) $\log_8\left(64\sqrt[4]{2}\right)$; б) $25^{1-\log_5 10}$.
2. Постройте график функции: а) $y = \log_{\frac{1}{2}}x + 2$; б) $y = \log_2 x^3$.
3. Решите уравнение: а) $\log_5(x+3) = 2 - \log_5(2x+1)$; б) $\log_3^2 - 2\log 3x - 1 = 0$.
4. Решите неравенство: $\log_3 x \leq 11 - x$.
5. Решите уравнение: $100^{\log^2 x} - 8x^{\lg x} = 20$.

Вариант 2

1. Вычислите: а) $\log_2\left(32\sqrt[3]{16}\right)$; б) $36^{1-\log_6 2}$.
2. Постройте график функции: а) $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-3)$; б) $y = \log_3 x^5$.
3. Решите уравнение: а) $\log_3(2x-5) + \log_3(2x-3) = 1$; б) $\log_3^2 - 2\log 3x - 1 = 0$.
4. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{5}}x \geq x - 6$.
5. Решите уравнение: $x^{\log_3 x^2} - 3^{\log_3^2 x} = 6$.

Полугодовая контрольная работа

Вариант 1

1. Вычислите $\sqrt[3]{54 \cdot 4}$

2. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt{19 - x^2} = 3$

3. Решите уравнение : $5^{x+5} = \frac{1}{25}$

4. Решите неравенство $(\frac{4}{7}^{x+1} < 1$

5. Найдите корни уравнения: $\mathbf{(2x - 3)}\sqrt{2 - 5x + 2x^2} \mathbf{= 0}$

Решите неравенство $5 \cdot 4^x + 23 \cdot 10^x - 10 \cdot 25^x \leq 0$

Вариант 2

1. Вычислите $\sqrt[4]{144 \cdot 9}$

2. Найдите произведение корней уравнения $\sqrt{36 - x^2} = 3$

3. Решите уравнение : $3^{x+5} = \frac{1}{9}$

4. Решите неравенство $(\frac{2}{5}^{x+1} < 1$

5. Найдите корни уравнения: $\mathbf{(x - 1)}\sqrt{2 - 3x - 2x^2} = \mathbf{0}$.

Решите неравенство $4 \cdot 9^x + 13 \cdot 12^x - 12 \cdot 16^x \leq 0$

Контрольная работа по теме «Логарифмические неравенства»

Вариант 1

1. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(x + 3) > -2$.
2. Исследуйте функцию $y = e^x(2x + 3)$на монотонность и экстремумы.
3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \ln(ex)$ в точке x=1.

4. Решите уравнение:$\log_5 x^2 + \log_x 5 + 3 = 0$.
5. Решите систему уравнений $\left\{\left(\frac{1}{9}\right)^{-y} = 3^{2x-5},\right.$

Вариант 2

1. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x+5) \geq -1$.
2. Исследуйте функцию $y = e^x(3x-2)$на монотонность и экстремумы.
3. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2x-5)$ в точке x=3.
4. Решите уравнение:$\log_x 2 - 1 = 4\log_2\sqrt{x}$.
5. Решите систему уравнений $\left\{\left(\frac{1}{25}\right)^{-y} = 5^{x+1},\right.$

Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл»

Вариант 1

1. Докажите, что функция $y = 4x^9 + 2\sin 2x - \frac{1}{x} - 5$ является первообразной для функции $y = 36x^8 + 4\cos 2x + \frac{1}{x^2}$.
2. Для данной функции $y = 4\cos 2x - 3\sin x$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную точку А (-π;0).
3. Вычислите интеграл: а) $\int_1^2 4x^3\,dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin 4x\,dx$.
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 5, y = x + 1$.
5. Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (x^3 - 9x)\sqrt{x-2}$. Исследуйте функцию $y = F(x)$ на монотонность и экстремумы.

Вариант 2

1. Докажите, что функция $y = -3x^8 + 2\text{tgx} + \sqrt{-x} + 5\ln x - 7$ является первообраз-ной для функции $y = -24x^7 + \frac{2}{\cos^2 x} - \frac{1}{2\sqrt{-x}} + \frac{5}{x}$.
2. Для данной функции $y = -2\cos x + 5\sin 2x$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную точку А ($-\frac{\pi}{2}; \frac{5}{2}$).
3. Вычислите интеграл: а) $\int_1^3 6x^2\,dx$; б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos 2x\,dx$.
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3x + 4, y = x + 1$.

5. Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (x^3 - 16x)\sqrt{x-3}$. Исследуйте функцию $y = F(x)$ на монотонность и экстремумы.

1. Известно, что функция $y = F(x)$– первообразная для функции $y = (x^3 - 25x)\sqrt{x-4}$. Сравните числа F (6) и F (7).

1. Вычислите интеграл: а) $\int_3^6 7x^2$ dx; б) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} 6\cos 6x$ dx.
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями$y = -\frac{6}{x}, y = x + 7$.
3. Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (x^3 - 36x)\sqrt{x-2}$. Сравните числа F (3) и F (4).

Контрольная работа по теме «Комбинаторика и теория вероятности»

Вариант 1

1. В клубе 25 спортсменов. Сколькими способами из них можно составить команду из четырёх человек для участия в четырёхэтапной эстафете с учётом порядка пробега этапов?
2. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 0 при условии, что каждая цифра может встретиться в записи числа один раз?
3. Решите уравнение $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 98$.
4. Напишите разложение степени бинома$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^5$.
5. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом карты одинаковой масти?
6. На прямой взяты шесть точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

Вариант 2

1. Сколькими способами можно составить трёхцветный полосатый флаг, если имеется ткань пяти различных цветов?
2. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$.
4. Напишите разложение степени бинома$\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$.
5. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?
6. Сколько существует треугольников, вершины которых являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Вариант 1

1. Решите уравнение: а) $\sqrt{9-x^2}(2\cos x-1)=0$; б) $\lg^2 x+4\lg\frac{x}{10}=1$;
   в) $\sqrt{4x+12}+\sqrt{12-8x}=\sqrt{28+8x}$.
2. Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-x^2)+\sqrt{3^{\log_5 1}}<0$; б) $3+x-|x-1|>1$;
   в) $\frac{3^{x+1}+2}{3^x-3}\geq 2\log_3\sqrt{3}$.
3. Решите уравнение в целых числах: $12x-5y=4$.
4. Решите систему уравнений: $\begin{cases}\frac{x+3y}{x-3y}-4\frac{x-3y}{x+3y}=3,\end{cases}$
5. Решите уравнение: $\log_2(x^2+2)=\cos\pi x$.

Вариант 2

1. Решите уравнение: а) $\sqrt{4-x^2}(2\sin x-\sqrt{3})=0$; б) $\log_2^2 x+\log_2\frac{2}{x}=3$;
   в) $\sqrt{1{,}25-x}-\sqrt{1{,}25+x}=\sqrt{0{,}5-0{,}5x}$.
2. Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{4}}(5x-x^2)+\sqrt{5^{\log_3 1}}<0$; б) $2+x-|2x+1|<-3$;
   в) $\frac{2^{x+2}-5}{2^x+1}\leq 3\log_5\sqrt[3]{5}$.
3. Решите уравнение в целых числах: $5x-3y=11$.
4. Решите систему уравнений: $\begin{cases}\frac{y+x}{y-x}+5\frac{y-x}{y+x}=6,\end{cases}$
5. Решите уравнение: $\sin(1{,}5\pi x)=x^2+2x+2$.

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: а) $\sqrt[5]{32 \cdot 243}$ б) $\sqrt[4]{9+\sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9-\sqrt{65}}$

2. Найдите общий вид первообразной для функции $f(x) = 2(3x + 1)^5$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 + 2x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$

4. Решите иррациональное уравнение: а) $\sqrt{3x-2} = 5x - 8$

б) $\sqrt{3x+1} < \sqrt{x+3}$

в) $x^2 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 3 + x$

5. Решите показательное уравнение: $3^{x+3} - 2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 180$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$ б) $\sqrt[3]{10+\sqrt{73}} \cdot \sqrt[3]{10-\sqrt{73}}$

2. Найдите общий вид первообразной для функции $f(x) = 3(4x + 5)^6$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 + 4x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$

4. Решите иррациональное уравнение и неравенство: а) $\sqrt{5x+1} = 3x - 5$

б) $\sqrt{2x-1} \geq \sqrt{x+4}$

в) $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 11} = 3x + 4$

5. Решите показательное уравнение: $2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 \cdot 2^{x+1} = 92$

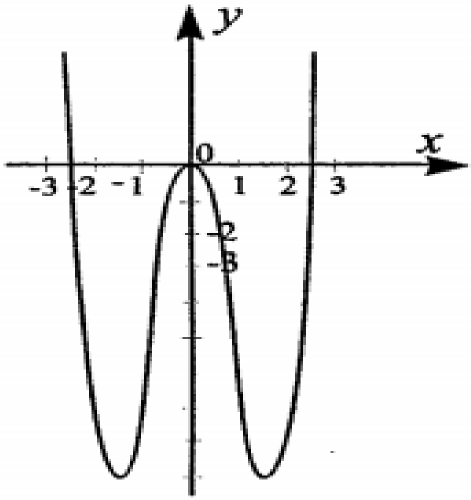
Ответы

Входная контрольная работа

Вариант 1

1. $[-3;\ 0) \cup (2;\ +\infty)$.

2. $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ \pm \arccos\left(-\frac{3}{4}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$.



3. f убывает на $(-\infty;\ -2]$,
f возрастает на $[-2;\ 0]$, f убывает на $[0;\ 2]$, f возрастает на $[2;\ +\infty]$,
$x_{\min} = \pm 2,\ x_{\max} = 0,\ f(\pm 2) = -8,\ f(0) = 0$.

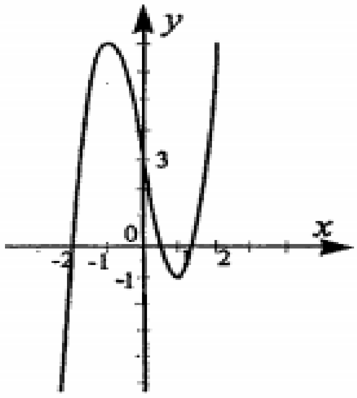
4. а) $f(x) = 2\left(x + \frac{36}{x}\right),\ x \in (0;\ +\infty)$;

б) 6 дм, 6 дм.

Вариант 2

1. $(-\infty;\ 0] \cup (2;\ 4]$.

2. $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$.



3. f возрастает на $(-\infty;\ -1]$, f убывает на $[-1;\ 1]$,
f возрастает на $[1;\ +\infty)$,
$x_{\max} = -1,\ f(-1) = 7,\ x_{\min} = 1,\ f(1) = -1$.

4. а) $f(x) = x^2 + \frac{256}{x^2},\ x \in (0;\ +\infty)$;

б) $16 = 4 \cdot 4$.

Контрольная работа «Степени и корни. Степенная функция»

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-100000} = \sqrt[5]{-10^5} = -10.$

б) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{4\cdot 324} = \sqrt[4]{4\cdot 4\cdot 81} = \sqrt[4]{2^4\cdot 3^4} = 2\cdot 3 = 6.$

в) $-\sqrt[6]{0,000064} + \sqrt[3]{-1331} = -\sqrt[6]{0,2^6} - \sqrt[3]{11^3} = -0,2-11=-11,2.$

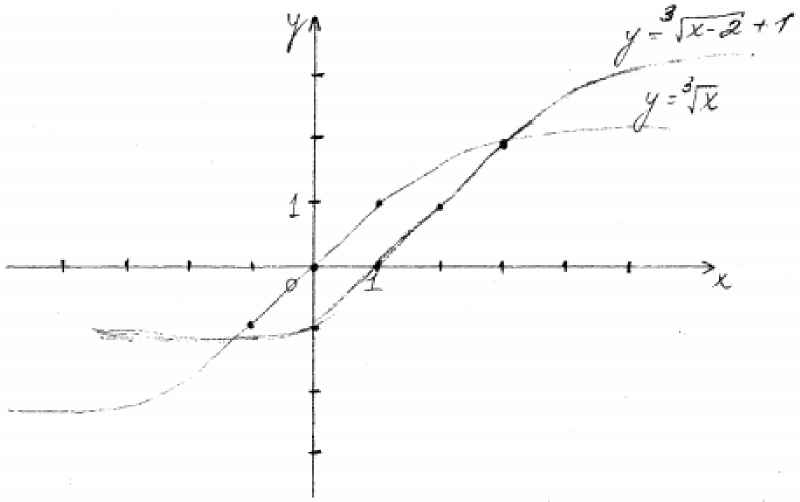
2. Расположите числа в порядке убывания:

Т.к. $\sqrt[3]{31}=\sqrt[6]{31^2}=\sqrt[6]{961}$; $\sqrt{10}=\sqrt[6]{10^3}=\sqrt[6]{1000}$, то ряд будет следующим:

$\sqrt{10},\ \sqrt[3]{31},\ \sqrt[6]{666}.$

3. Постройте график функции:

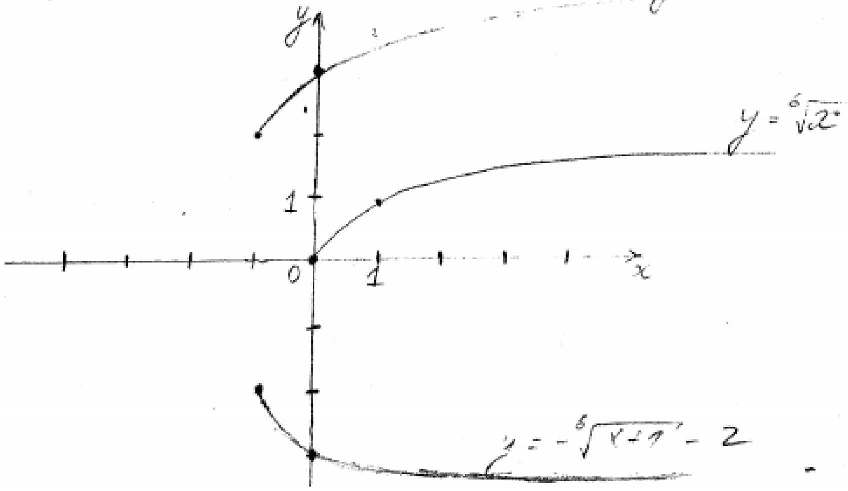
а) Чтобы построить график функции $y=\sqrt[3]{x-2}+1$, нужно построить график ф-ции $y=\sqrt[3]{x}$ и сдвинуть его на две единицы вправо и на одну вверх:



б) $y = -\sqrt[6]{x+1} - 2 = -\left(\sqrt[6]{x+1}+2\right).$

Сначала построим график ф-ции $y=\sqrt[6]{x}$. Затем сдвинем его на одну единицу влево и на две единицы вверх. Потом симметрично отобразим относительно оси Ox:

$y=\sqrt[6]{x+1}+2$



4. Вычислите:

$\sqrt{40\sqrt{12}} - 4\sqrt[4]{75} = \sqrt[4]{(40\sqrt{12})^2} - \sqrt[4]{75\cdot 256} = \sqrt[4]{12\cdot 1600} - \sqrt[4]{75\cdot 256} = \sqrt[4]{19200} - \sqrt[4]{19200} = 0.$

5. Найдите значение выражения:

$\sqrt{9b^2} - \sqrt[3]{8b^3} - \sqrt[4]{256b^4} + \sqrt[8]{2401} = |3b| - 2b - |4b| + \sqrt[8]{7^4}.$

Так как $b = \sqrt{7} - 3$, то $-3b - 2b + 4b + \sqrt{7} = \sqrt{7} - b = \cancel{\sqrt{7}} - \cancel{\sqrt{7}} + 3 = 3.$

6. Решите уравнение:

$\sqrt[8]{x-2} = -x + 4.$

ОДЗ: $x - 2 \geq 0$; $x \geq 2$.

Так как слева ф-ция возрастает, а справа убывает, то решение будет единственным. Подбором находим, что $x = 3$.

Ответ: 3.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-4096} = -\sqrt[3]{4\cdot 1024} = -\sqrt[3]{2^2\cdot 2^{10}} = -2^4 = -16.$

б) $\sqrt[6]{0,000064} = 0,2.$

в) $\sqrt[7]{-128} + \sqrt[4]{0,0625} = -2 + 0,5 = -1,5.$

2. Расположите числа в порядке возрастания:

Так как $\sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{8}$; $\sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81}$; $\sqrt[6]{11} = \sqrt[12]{11^2} = \sqrt[12]{121}$, то ряд будет следующим: $\sqrt[4]{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{11}$.

3. Постройте график ф-ции:

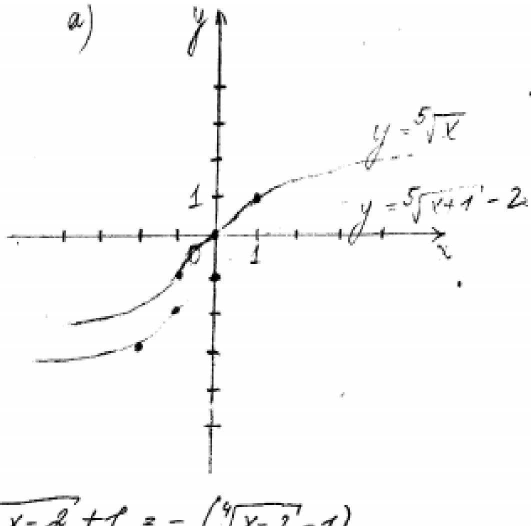
а) $y = \sqrt[5]{x+1} - 2.$

Сначала построим график ф-ции $y = \sqrt[5]{x}$, затем сдвинем его на одну единицу влево и на две единицы вниз:

$y = \sqrt[5]{x}$

y	x
0	0
−1	−1
1	1
2	32
−2	−32

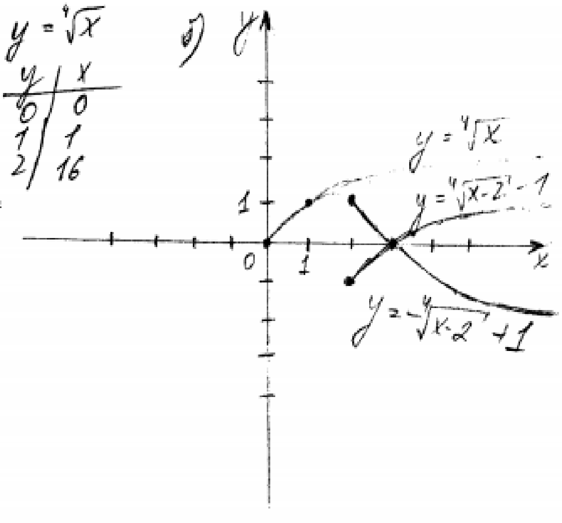
а)



$y = \sqrt[4]{x}$

y	x
0	0
1	1
2	16

б)



б) $y = -\sqrt[4]{x-2} + 1 = -(\sqrt[4]{x-2} - 1).$

Построим график ф-ции $y = \sqrt[4]{x}$, затем сдвинем его на две единицы вправо и одну единицу вниз. Далее симметрично отобразим относительно оси Ox.

4. Вычислите:

$6\sqrt[4]{75}-2\sqrt{15\sqrt{27}}=\sqrt[4]{75\cdot 6^4}-\sqrt{60\sqrt{27}}=\sqrt[4]{75\cdot 1296}-\sqrt[4]{60^2\cdot 27}=\sqrt[4]{97200}-\sqrt[4]{97200}=0.$

5. Найдите значение выражения:

$\sqrt{25a^2}+\sqrt[3]{64a^3}-\sqrt[4]{16a^4}-\sqrt[6]{676}=|5a|+4a-|2a|-\sqrt[6]{26^2}.$

Так как $a=\sqrt[3]{26}-3=\sqrt[3]{26}-\sqrt[3]{27}<0$, то

$-5a+4a+2a-\sqrt[3]{26}=a-\sqrt[3]{26}=\cancel{\sqrt[3]{26}}-3-\cancel{\sqrt[3]{26}}=-3.$

6. Решите уравнение:

$\sqrt[9]{x+2}=-x-4.$

$f(x)=\sqrt[9]{x+2}$ – возрастающая ф-ция

$g(x)=-x-4$ – убывающая ф-ция

Значит, ур-ие $f(x)=g(x)$ имеет не более одного корня. Подбором находим, что $x=-3$.

Ответ: -3.

Контрольная работа «Показательная функция»

1. Вычислите: Вариант 1

а) $5^{-3}=\frac{1}{125}=\left(\frac{1}{5}\right)^3=(0{,}2)^3=0{,}008.$

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{2}=1{,}5.$

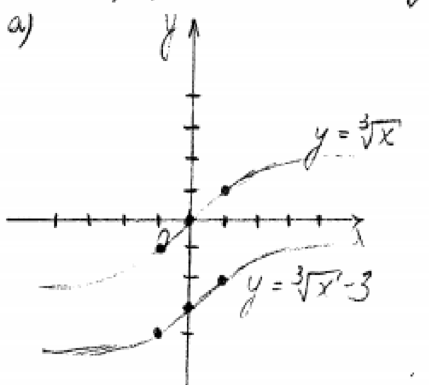
в) $32^{\frac{1}{5}}-64^{\frac{1}{2}}=2-8=-6.$

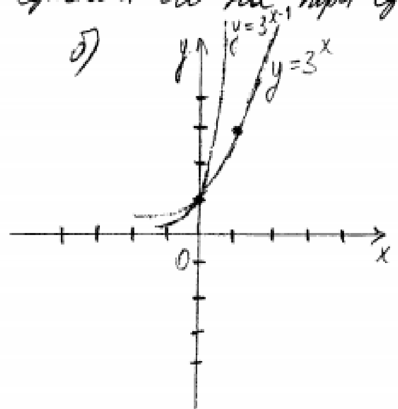
г) $\left(3-2^{\frac{1}{3}}\right)\left(9+3\cdot 2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}\right)=3^3-2=27-2=25.$

2. Постройте график ф-ции:

а) $y=x^{\frac{1}{3}}-3=\sqrt[3]{x}-3.$

Построим график ф-ции $y=\sqrt[3]{x}$; сдвинем его на три единицы вниз





б) $y=3^{x-1}=\frac{3^x}{3}=\frac{1}{3}\cdot 3^x.$

Построим график ф-ции $y=3^x$; сожмём его вдоль оси y в 3 раза

3. Решите ур-ие:

а) $\sqrt{3}\cdot 3^{5x}=\frac{1}{3}$; $\quad 3^{5x+\frac{1}{2}}=3^{-1}$; $\quad 5x+\frac{1}{2}=-1$; $\quad 5x=-\frac{3}{2}$; $\quad x=-\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{5}=-0{,}3$.

б) $9^x+6\cdot 3^{x-1}-15=0 \iff 3^{2x}+2\cdot 3^x-15=0 \iff \left[\begin{array}{l} 3^x=-5, \varnothing \\ 3^x=3, \end{array}\right. \Rightarrow x=1$.

4. Решите нер-во:

$\left(\frac{2}{7}\right)^{3(x-\frac{1}{3})}<\left(\frac{4}{49}\right)^{x^2} \iff \left(\frac{2}{7}\right)^{3x-1}<\left(\frac{2}{7}\right)^{2x^2}$.

Так $\frac{2}{7}<1$, что $3x-1>2x^2$; $2x^2-3x+1<0$; $2(x-1)(x-\frac{1}{2})<0$; $x\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

5. Составьте ур-ие касательной к графику ф-ции $y=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-x^{-2}$ в точке $x=1$.

$y'=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+2\cdot x^{-1}=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+\frac{2}{x} \Rightarrow y'(1)=\frac{1}{1}+2=3$.

$y(1)=\frac{3}{2}-\frac{1}{1}=\frac{1}{2}$.

Тогда $y=3(x-1)+\frac{1}{2}=3x-3+\frac{1}{2}=3x-2{,}5$.

6. Дана ф-ция $y=f(x)$, где $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{3}\right)^x, & \text{если } x\geq 0;\\ \sqrt[3]{x+1}, & \text{если } x<0.\end{cases}$

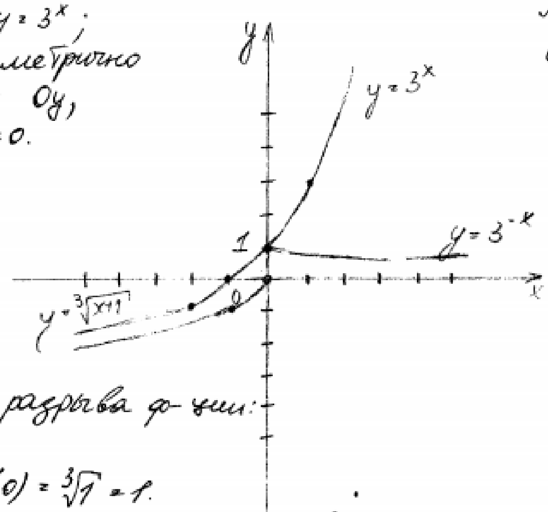
Решение:

а) $f(-1)=\sqrt[3]{-1+1}=0$.

$f(3)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$.

б) Построим график $y=3^x$; отобразим его симметрично относительно оси Oy, учитывая, что $x\geq 0$.

Построим график $y=\sqrt[3]{x}$; сдвинем его влево на одну единицу, учитывая, что $x<0$.



в) Проверим точку разрыва ф-ции: при $x=0$:

$f_1(0)=1$ и $f_2(0)=\sqrt[3]{1}=1$.

Т.к. $f_1(0)=f_2(0)$, что ф-ция непрерывна.

Т.к. $y_{max}=1$, а y_{min} стремится к бесконечности, что $E(x)\in(-\infty;1]$.

г) $f(x)=a$ - семейство прямых параллельных относительно оси Ox. Два корня будет иметь ф-ция, если $a\in(0;1)$.

Ответ: а) 0; $\frac{1}{27}$.

в) $(-\infty;1]$.

г) $(0;1)$.

Вариант 2.

№1

а) $3^{-4}=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$.

б) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-1}=\frac{7}{4}=1{,}75$.

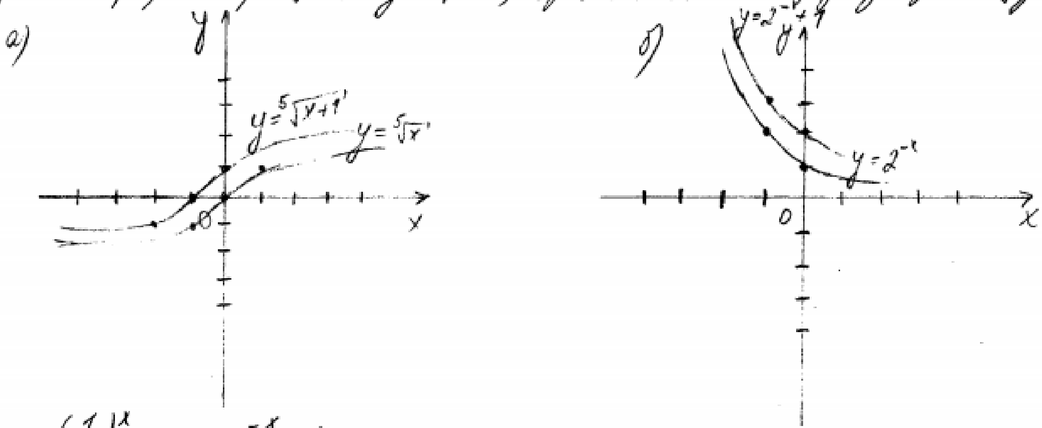
в) $27^{\frac{1}{3}}+49^{\frac{1}{2}}=3+7=10$.

г) $\left(1+5^{\frac{2}{3}}\right)\left(1-5^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{4}{3}}\right)=1+25=26$.

№2

а) $y=(x+1)^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{x+1}$.

Построим график ф-ции $y=\sqrt[5]{x}$; сдвинем его на одну единицу влево.



б) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1=2^{-x}+1$.

Построим график $y=2^{-x}$; сдвинем его на одну единицу вверх.

№3

а) $\sqrt{2}\cdot 2^{3x}=\frac{1}{2}$; $2^{3x+0{,}5}=2^{-1}$; $3x+0{,}5=-1$; $3x=-\frac{3}{2}$; $x=-\frac{1}{2}=-0{,}5$.

б) $4^x+2^{x+2}-12=0 \iff 2^{2x}+4\cdot 2^x-12=0 \iff \left[\begin{array}{l}2^x=-6\ \varnothing,\\ 2^x=2,\end{array}\right. \Rightarrow x=1$.

№4

$\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+2x}>\left(\frac{1}{25}\right)^{16-x}=\left(\frac{1}{5}\right)^{32-2x}$.

Так как $\frac{1}{5}<1$, то

$x^2+2x<32-2x$; $x^2+4x-32<0$; $(x+8)(x-4)<0$; $x\in(-8;4)$.

№5

Найдите наиб. и наим. значение ф-ции $y=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-\frac{1}{3}x^3$ на отрезке $[0;8]$.

Решение:

$y'=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-\frac{1}{3}\cdot 3\cdot x^2=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}-x^2=\frac{1-x^{\frac{1}{3}+2}}{\sqrt[3]{x}}=0 \Rightarrow x=1\in[0;8]$.

y': + на $(0;1)$, − на $(1;8)$

y: 0 ↗ 1 ↘ 8, $x=1$ — max

$y(0)=0$ – наим.

$y(1)=\frac{3}{2}-\frac{1}{3}=\frac{9-2}{6}=\frac{7}{6}$ – наиб.

$y(8)=\frac{3}{2}\sqrt[3]{8^2}-\frac{1}{3}8^3=\frac{3}{2}\cdot 4-\frac{512}{3}=6-\frac{512}{3}=-\frac{494}{3}$.

Ответ: 0; $\frac{7}{6}$.

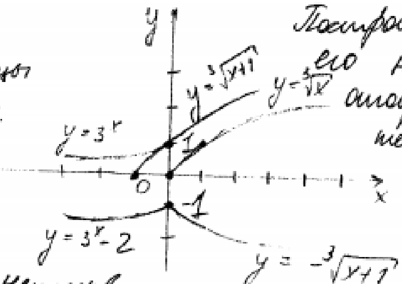
№6 Дана ф-ция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 3^x - 2, & \text{если } x \le 0; \\ -\sqrt[3]{x+1}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

Решение:

а) $f(-2) = 3^{-2} - 2 = \frac{1}{9} - 2 = -\frac{17}{9}$.

$f(7) = -\sqrt[3]{7+1} = -2$.

б) Построим график $y = 3^x$; сдвинем его на две единицы вниз, учитывая, что $x \le 0$.



Построим график $y = \sqrt[3]{x}$; сдвинем его на одну единицу влево; отобразим симметрично относительно оси Ox, учитывая, что $x > 0$.

в) Проверим точку разрыва: при $x = 0$:

$f_1(0) = 3^0 - 2 = 1 - 2 = -1$

$f_2(0) = -\sqrt[3]{0+1} = -1$

Т.к. $f_1(0) = f_2(0)$, то ф-ция непрерывна. $y_{max} = -1$, а y_{min} стремится к бесконечности =>

$E(x) \in (-\infty; -1]$.

г) $f(x) = a$ – семейство прямых параллельных оси Ox, два решения будет только при $a \in (-\infty; -1)$

Ответ: а) $-\frac{17}{9}$; -2. б) $(-\infty; -1]$. г) $(-\infty; -1)$.

Контрольная работа «Логарифмическая функция»

Вариант 1

№1

а) $\log_8 (64\sqrt[4]{2}) = \log_8 2^{6+\frac{1}{4}} = \log_{2^3} 2^{\frac{25}{4}} = \frac{25}{12}$

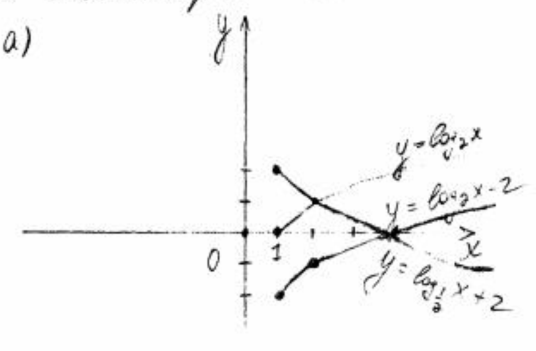
б) $25^{1-\log_5 10} = \frac{25}{5^{\log_5 10^2}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

№2

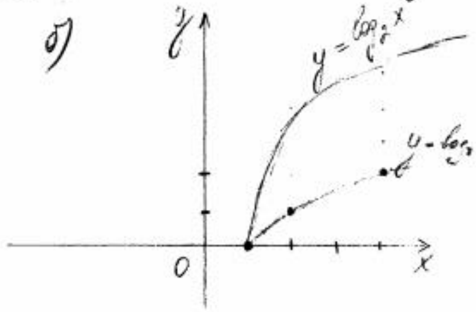
а) $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = -\log_2 x + 2 = -(\log_2 x - 2)$.

Построим график ф-ции $y = \log_2 x$; сдвинем его на две единицы вниз; отобразим симметрично относительно оси Ox.

а)



б)



б) $y = \log_2 x^3 = 3\log_2 x$.

Построим график ф-ции $y = \log_2 x$; растянем его вдоль оси Oy в 3 раз

№3

а) $\log_5 (x+3) = 2 - \log_5 (2x+1)$.

ОДЗ: $\begin{cases} x+3 > 0, \\ 2x+1 > 0, \end{cases} \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$.

$\log_5 (x+3) + \log_5 (2x+1) = 2$;

$\log_5 (x+3)(2x+1) = 2$;

$2x^2+x+6x+3=25;$

$2x^2+7x-22=0$, $D=49+22\cdot 8=49+176=225=15^2>0$, $\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-7-15}{4}=-\frac{22}{4}\notin ОДЗ, \\ x_2=\frac{-7+15}{4}=2. \end{array}\right.$

Ответ: 2.

б) $\log_3^2 x-2\log_3(3x)-1=0.$

ОДЗ: $x>0$.

$\log_3^2 x-2(\log_3 x+1)-1=0;$

$\log_3^2 x-2\log_3 x-2-1=0.$

Пусть $\log_3 x=t$, то

$t^2-2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=-1, \\ t_2=3. \end{array}\right.$

Обратно:

$\left[\begin{array}{l} \log_3 x=-1, \\ \log_3 x=3, \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3}, \\ x=27. \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{3}$; 27.

№4

$\log_3 x\le 11-x;$

$\log_3 x-11+x\le 0.$

Пусть $f(x)=\log_3 x-11+x$.

$D(f)$: $x>0$.

Нули функции: $\log_3 x-11+x=0;$

$\log_3 x=11-x.$

Слева возр. ф-ция, а справа убыв. ф-ция. Значит, существует не более одного корня (решения). Подбором находим, что $x=9$.

при $x=10$: $\log_3 10-11+10=\log_3 10-1>0$.

при $x=3$: $\log_3 3-11+3=-7<0$.

Значит, $x\in(0;9]$.

Ответ: $(0;9]$.

№5 /

$100^{\lg^2 x}-8x^{\lg x}=20.$

ОДЗ: $x>0$.

$(100^{\lg x})^{\lg x}-8x^{\lg x}=20;$

$x^{2\lg x}-8x^{\lg x}=20.$

Пусть $x^{\lg x}=t$, где $t>0$, то

$t^2-8t-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=10, \\ t_2=-2 \notin \text{условию } t>0. \end{array}\right.$

Обратно:

$x^{\lg x} = 10$;

$\lg x^{\lg x} = \lg 10$;

$\lg^2 x = 1$;

$\lg x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} \lg x = 1, \\ \lg x = -1, \end{cases} \begin{cases} x = 10, \\ x = \frac{1}{10} = 0{,}1. \end{cases}$

Ответ: 0,1; 10.

Вариант 2

№1

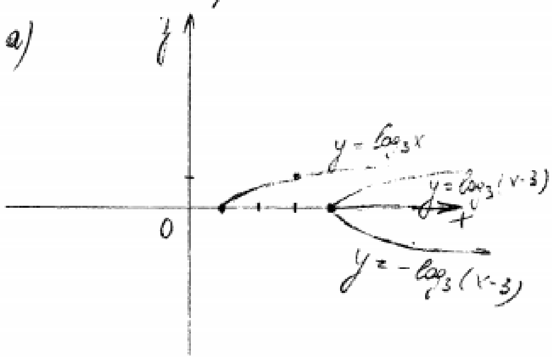
а) $\log_2 (32 \sqrt[3]{16}) = \log_2 2^5 \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 5 + \frac{4}{3} = \frac{19}{3}$.

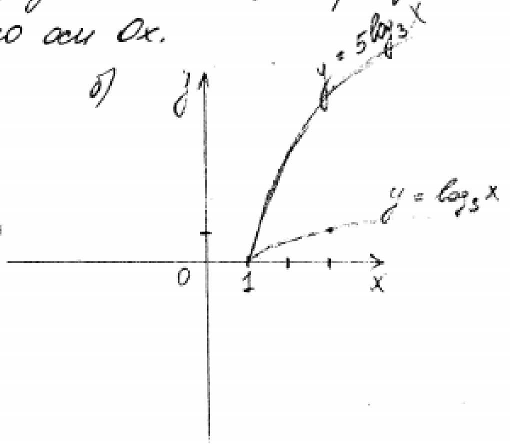
б) $36^{1-\log_6 2} = \frac{36}{36^{\log_6 2}} = \frac{36}{4} = 9$.

№2

а) $y = \log_{\frac{1}{3}} (x-3) = -\log_3 (x-3)$.

Построим график ф-ции $y = \log_3 x$; сдвинем его на три единицы впра[во,] отобразим симметрично относительно оси Ox.





б) $y = \log_3 x^5 = 5 \log_3 x$.

Построим график ф-ции $y = \log_3 x$; растянем его вдоль оси Oy в 5 раз

№3

а) $\log_3 (2x-5) + \log_3 (2x-3) = 1$.

ОДЗ: $\begin{cases} 2x-5>0, \\ 2x-3>0, \end{cases} \Rightarrow x > \frac{5}{2}$.

$\log_3 (2x-5)(2x-3) = 1$;

$4x^2 - 6x - 10x + 15 = 3$;

$4x^2 - 16x + 12 = 0$;

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \notin \text{ОДЗ}, \\ x_2 = 3. \end{array} \right.$

Ответ: 3.

б) $\lg^2 x + 4 \lg 10x = 1$.

ОДЗ: $x>0$.

$\lg^2 x + 4(\lg x + 1) - 1 = 0$;

$\lg^2 x + 4\lg x + 3 = 0$.

Пусть $\lg x = t$, то

$t^2+4t+3=0$;

$\left[\begin{array}{l} t_1=-1, \\ t_2=-3. \end{array}\right.$

Обратно:

$\left[\begin{array}{l} \lg x=-1, \\ \lg x=-3, \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{10}, \\ x=10^{-3}, \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0{,}1, \\ x=0{,}001. \end{array}\right.$

Ответ: 0,001; 0,1.

№4

$\log_{\frac{1}{5}} x \geq x-6$;

$\log_{\frac{1}{5}} x - x+6 \geq 0$.

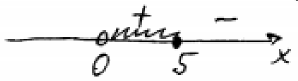
Пусть $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x - x+6$.

$D(f)$: $x>0$.

Нули ф-ции: $\log_{\frac{1}{5}} x = x-6$;

$\log_5 x = 6-x$.

Слева возр. ф-ция, а справа убыв. ф-ция. Значит, существует не б. одного решения. Подобрав получаем, что $x=5$.



при $x=6$: $\log_{\frac{1}{5}} 6 - \cancel{6}+\cancel{6} < 0$.

при $x=2$: $\log_{\frac{1}{5}} 2 - 2+6 > 0$.

Значит, $x \in (0;5]$.

Ответ: $(0;5]$.

№5

$x^{\log_3 x^2} - 3^{\log_3^2 x} = 6$.

ОДЗ: $x>0$.

$x^{2\log_3 x} - \left(3^{\log_3 x}\right)^{\log_3 x} = 6$;

$x^{2\log_3 x} - x^{\log_3 x} - 6 = 0$.

Пусть $x^{\log_3 x} = t$, где $t>0$, то

$t^2-t-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=3, \\ t_2=-2 \notin \text{условию } t>0. \end{array}\right.$

Обратно:

$x^{\log_3 x} = 3$;

$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 3$;

$\log_3^2 x = 1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \log_3 x=1, \\ \log_3 x=-1, \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x=3, \\ x=\frac{1}{3}. \end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{3}$; 3.

Полугодовая контрольная работа

Вариант 1

1. 12
2. -10
3. -7
4. **(-1; +∞)**
5. Найдите корни уравнения: $\mathbf{(2x-3)}\sqrt{2-5x+2x^2}=\mathbf{0}$

Произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю, а другой при этом имеет смысл, значит

$2x-3=0$ или $2-5x+2x^2=\mathbf{0}$

$x = 1,5$ Д = 25 + 16= 41, Д>0, 2 корня $x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$

Проверка: если x = 1,5, то $2 - 5\cdot1,5 + 2\cdot2,25<0$, значит это не корень уравнения

Ответ: $x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$

<u>Решите неравенство $5\cdot4^x + 23\cdot10^x - 10\cdot25^x \le 0$</u>

$5\cdot2^{2x} + 23\cdot2^x\cdot5^x - 10\cdot5^{2x} \le 0$

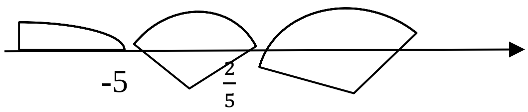
Разделим на $5^{2x} \neq 0$

$5\cdot(\frac{2}{5}\ ^{2x} + 23\cdot(\frac{2}{5}\ ^{x} - 10 \le 0$

Пусть $(\frac{2}{5}\ ^{x} = y$, где $y > 0$, тогда

$5y^2 + 23y - 10 \le 0$

Нули Д = 729, $y_1 = \frac{2}{5}$, $y_2 = -5$



$y \in [-5; \frac{2}{5}]$, $(\frac{2}{5}\ ^{x} \le \frac{2}{5}$, значит $x \ge 1$, Ответ: $x \in [1; +\infty)$

Вариант 2

1. 12
2. -27
3. -7
4. (-1; +∞)
5. Найдите корни уравнения: $\mathbf{(x-1)}\sqrt{2-3x-2x^2}=\mathbf{0}$

Произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю, а другой при этом имеет смысл, значит

$x-1=0$ или $2-3x-2x^2=\mathbf{0}$

$x = 1$ Д = 9 + 16= 25, Д>0, 2 корня $x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{4}$, $x_1 = -2$, $x_2 = 0,5$

Проверка: если x = 1, то 2 - 3·1 - 2· 1<0, значит это не корень уравнения

Ответ: $x_1 = -2$, $x_2 = 0,5$

<u>Решите неравенство $4\cdot 9^x + 13\cdot 12^x - 12\cdot 16^x \le 0$</u>

$4\cdot 3^{2x} + 13\cdot 3^x\cdot 4^x - 12\cdot 4^{2x} \le 0$

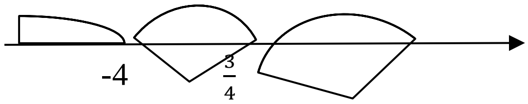
Разделим на $4^{2x} \neq 0$

$4\cdot(\frac{3}{4})^{2x} + 13\cdot(\frac{3}{4})^{x} - 12 \le 0$

Пусть $(\frac{3}{4})^{x} = y$, где $y > 0$, тогда

$4y^2 + 13y - 12 \le 0$

Нули Д = 361, $y_1 = \frac{3}{4}$, $y_2 = -4$



$y \in [-4;\frac{3}{4}]$, $(\frac{3}{4})^{x} \le \frac{3}{4}$,

значит $x \ge 1$, Ответ: $x \in [1; +\infty)$

Контрольная работа «Логарифмические неравенства»

Вариант 1

№1

$\log_{\frac{1}{2}}(x+3) > -2$; $\log_2(x+3) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3>0, \\ x+3<4, \end{cases} \begin{cases} x>-3, \\ x<1, \end{cases} \Rightarrow x \in (-3;1)$.

Ответ: $(-3;1)$.

№2

$y = e^x(2x+3)$.

$y' = (e^x)'(2x+3) + e^x(2x+3)' = e^x(2x+3) + 2e^x = e^x(2x+3+2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$.

y': − , + ; y: ↘ $-\frac{5}{2}$ ↗ ; x

Ф-ция убывает на промежутке $(-\infty; -\frac{5}{2})$ и возрастает на промежутке $(-\frac{5}{2}; +\infty)$. $x = -\frac{5}{2}$ – точка минимума ; $y_{min} = e^{-\frac{5}{2}}(-\frac{5}{2}\cdot 2+3) = -2\cdot e^{-2,5}$.

№3

$y = \ln(ex) = \ln e + \ln x = 1 + \ln x$.

$y' = \frac{1}{x}$.

$y(1) = \ln e = 1$.

$y'(1) = \frac{1}{1} = 1$.

Ур-ие касательной:

$y = 1\cdot(x-1) + 1 = x - 1 + 1 = x$.

Ответ: $y = x$.

№4

$\log_5 x^2+\log_x 5+3=0.$

ОДЗ: $\begin{cases}x>0,\\ x\neq 1.\end{cases}$

$2\log_5 x+\frac{1}{\log_5 x}+3=0;$

$2\log_5^2 x+3\log_5 x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_5 x=-1,\\ \log_5 x=-\frac{1}{2},\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{5},\\ x=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.\end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{5}$; $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

№5 Решите систему

$\begin{cases}\left(\frac{1}{9}\right)^{-y}=3^{2x-5},\\ \log_2(3y+8x-3)=\log_2 \lg 10000+\log_{32} x^5.\end{cases}$

Решение:

1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-y}=3^{2x-5};$

$3^{2y}=3^{2x-5};$

$2y=2x-5,\quad y=x-\frac{5}{2}.$

2) $\log_2(3y+8x-3)=\log_2 \lg 10^5+\log_{32} x^5.$

ОДЗ: $\begin{cases}3y+8x-3>0,\\ x>0,\end{cases}\quad \begin{cases}y>-\frac{8x}{3}+1,\\ x>0.\end{cases}$

$\log_2(3y+8x-3)=\log_2 5-\log_2 x=2-\log_2 x.$

Т.к. $y=x-\frac{5}{2}$, то

$\log_2\left(3x-\frac{15}{2}+8x-3\right)=\log_2 5-\log_2 x;\quad =\log_2 5$

$\log_2\left(11x-\frac{21}{2}\right)+\log_2 x=2;$

$\log_2\left(11x^2-\frac{21}{2}x\right)=2;$

$11x^2-\frac{21}{2}x=4;\quad 5$

$22x^2-21x-10=0,\quad D=441+22\cdot 410=1145=\quad 1321$

$\log_2(3y+8x-3)=\log_2 5+\log_2 x;$

Т.к. $y=x-2{,}5$, то

$\log_2(3(x-2{,}5)+8x-3)=\log_2 5x;$

$3x-7{,}5+8x-3=5x;$

$6x=10{,}5;$

$x=\frac{10{,}5}{6}=\frac{105}{60}=1{,}75.\Rightarrow y=-0{,}75.$

Проверка:

$-0{,}75>-\frac{8\cdot 1{,}75}{3}+1=-\frac{14}{3}+1=-\frac{11}{3}.$

верно.

Ответ: $(1{,}75;-0{,}75)$.

Вариант 2

№1

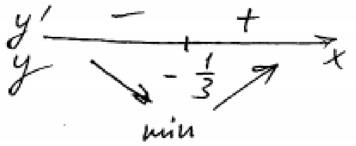
$\log_{\frac{1}{3}}(x+5)\geq -1;\ -\log_3(x+5)\geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases}x+5>0,\\ x+5\leq 3,\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-5,\\ x\leq -2,\end{cases} \Rightarrow x\in(-5;-2].$

Ответ: $(-5;-2]$.

№2 Исследовать ф-цию на монотонность и экстремумы:

$y = e^x(3x-2)$.

$y' = (e^x)'(3x-2) + e^x(3x-2)' = e^x(3x-2) + 3e^x = e^x(3x-2+3) = e^x(3x+1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$



Ф-ция ↘ на промежутке $(0; -\frac{1}{3})$ и ↗ на промежутке $(-\frac{1}{3}; +\infty)$.

$x = -\frac{1}{3}$ – точка минимума.

$y_{min} = e^{-\frac{1}{3}}(-\frac{1}{3}\cdot 3 - 2) = -3e^{-\frac{1}{3}}$.

№3 Напишите ур-ие касательной к графику ф-ции $y = \ln(2x-5)$ в точке $x_0 = 3$.

$y(3) = \ln(3\cdot 2-5) = \ln 1 = 0$.

$y' = \frac{2}{2x-5}$

$y'(3) = \frac{2}{2\cdot 3-5} = 2$.

Ур-ие касательной:

$y = y'(x-x_0) + y(x_0)$.

$y = 2(x-3) + 0 = 2x-6$.

Ответ: $2x-6$.

№4

$\log_x 2 - 1 = 4\log_2\sqrt{x}$.

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$

$\log_x 2 - 1 = \cancel{4}^{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\log_2 x$;

$\log_x 2 - 1 - \frac{2}{\log_x 2} = 0$;

$\log_x^2 2 - \log_x 2 - 2 = 0 \iff \left[\begin{array}{l} \log_x 2 = -1, \\ \log_x 2 = 2, \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} 2 = \frac{1}{x}, \\ 2 = x^2, \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}, \\ \begin{cases} x = \sqrt{2}, \\ x = -\sqrt{2} \notin ОДЗ \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$

$x = \frac{1}{2}$; $x = \sqrt{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$; $\sqrt{2}$.

№5 Решите систему

$\begin{cases} \left(\frac{1}{25}\right)^{-y} = 5^{x+1}, \\ \log_3(4y+6x-12) = \lg\log_2 1024 + \log_{27}x^3. \end{cases}$

Решение:

1) $5^{2y} = 5^{x+1}$;

$2y = x+1$;

$x = 2y - 1$.

2) ОДЗ: $\begin{cases} 4y + 6x - 12 > 0, \\ x > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} y > \frac{12-6x}{4} = 3 - \frac{3}{2}x, \\ x > 0. \end{cases}$

$\log_3 (4y + 6x - 12) = \lg \log_2 2^{10} + \log_3 x$;

$\log_3 (4y + 6x - 12) = \log_3 (3x)$;

$4y + 6x - 12 = 3x$;

$4y - 12 = -3x$;

$3x = 12 - 4y$.

Т.к. $x = 2y - 1$, то

$6y - 3 = 12 - 4y$; $10y = 15$; $y = 1{,}5$ $\Rightarrow x = 2 \cdot 1{,}5 - 1 = 2$.

Проверка:

$1{,}5 > 3 - 1{,}5 \cdot 2 = 0$. верно.

Ответ: $(2; 1{,}5)$.

Контрольная работа «Первообразнаяя и интеграл»

Вариант 1

№1

$y_1 = 4x^9 + 2\sin 2x - \frac{1}{x} - 5$.

$y_2 = 36x^8 + 4\cos 2x + \frac{1}{x^2}$.

По условию $y_1' = y_2$. Проверим:

$y_1' = 36x^8 + 4\cos 2x + \frac{1}{x^2} = y_2$ ч. т. д.

№2

$y = 4\cos 2x - 3\sin x \Rightarrow F(y) = \cancel{4}^{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \sin 2x + 3\cos x + C = 2\sin 2x + 3\cos x + C$.

Т.к. график проходит через $A(-\pi; 0)$, то

$0 = 2\sin(-2\pi) + 3\cos(-\pi) + C$;

$-2\sin 2\pi + 3\cos \pi + C = 0$;

$C = 3$.

Тогда $\underline{F = 2\sin 2x + 3\cos x + 3}$.

№3

а) $\int_1^2 4x^3 dx = x^4 \Big|_1^2 = 2^4 - 1^4 = 16 - 1 = 15$.

б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin 4x \, dx = -\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{4}_2} \cos 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{2}\cos 4 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos 0 = -\frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{2} = 1$.

№4 S - ? , если $y = x^2 - 4x + 5$; $y = x + 1$.

$x^2 - 4x + 5 = x + 1$; $x^2 - 5x + 4 = 0$. $x = 1$ или $x = 4$.

$f(x) = x + 1 - x^2 + 4x - 5 = -x^2 + 5x - 4$

$S = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4)\, dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x\right)\Big|_1^4 = -\frac{64}{3} + \frac{5}{2} \cdot 16 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 = -\frac{63}{3} + 40 - 16 + 4 - 2{,}5$

$= -{}^{2/}\frac{63}{3} + {}^{3/}\frac{51}{2} = \frac{153 - 126}{6} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2} = \underline{4{,}5}$. Ответ: $S = 4{,}5$.

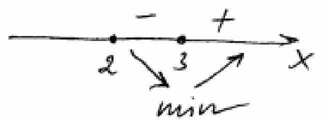
№5.

$y=(x^3-9x)\sqrt{x-2}$.

ООЗ: $x-2\geq 0 \iff x\in[2;+\infty)$.

$x(x-3)(x+3)\sqrt{x-2}=0$;

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \notin \\ x=3, \\ x=-3 \notin \\ x=2, \end{array}\right.$$



На промежутке $(2;3)$ ф-ция $\downarrow$, а на промежутке $(3;+\infty)$ $\uparrow$.

$x=3$ - точка минимума.

Вариант 2

№1

$y_1=-3x^8+2\operatorname{tg}x+\sqrt{-x}+5\ln x-7$,

$y_2=-24x^7+\frac{2}{\cos^2 x}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}+\frac{5}{x}$.

по условию $y_1'=y_2$. проверим:

$y_1'=-3\cdot 8\cdot x^7+\frac{2}{\cos^2 x}+\frac{-1}{2\sqrt{-x}}+\frac{5}{x}=-24x^7+\frac{2}{\cos^2 x}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}+\frac{5}{x}=y_2$.

ч. т. д.

№2

$F(y)=-2\sin x-5/2\cos 2x+C$.

Т.к. график проходит через $A\left(\frac{\pi}{2};\frac{5}{2}\right)$, то

$\frac{5}{2}=-2\sin\frac{\pi}{2}-\frac{5}{2}\cos\cancel{2}\cdot\frac{\pi}{\cancel{2}}+C$;

$\cancel{\frac{5}{2}}=-2-\cancel{\frac{5}{2}(-1)}+C$;

$C=2$.

$F=-2\sin x-\frac{5}{2}\cos 2x+2$.

№3

а) $\int_1^3 6x^2dx=\cancel{6}^{\,2}\frac{x^3}{\cancel{3}}\Big|_1^3=2\cdot 27-2\cdot 1=54-2=52$.

б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}4\cos 2x\,dx=\cancel{4}^{\,2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\sin 2x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}=2\sin\cancel{2}\frac{\pi}{\cancel{4}_2}-2\sin\cancel{2}\cdot\frac{\pi}{\cancel{2}}=2-0=2$.

№4

$-x^2+3x+4=x+1$; $x^2-2x-3=0$; $\left[\begin{array}{l} x_1=-1, \\ x_2=3. \end{array}\right.$

$f(x)=-(x+1+x^2-3x-4)=-(x^2-2x-3)=-x^2+2x+3$.

$S=\int_{-1}^{3}-x^2+2x+3=-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\Big|_{-1}^{3}=-\frac{27}{3}+9+9-\left(\frac{1}{3}+1-3\right)=-9+18-\frac{1}{3}+2=\cancel{11}-\frac{1}{3}=\frac{32}{3}$.

Ответ: $S=\frac{32}{3}$.

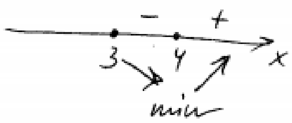
№5

$y=(x^3-16x)\sqrt{x-3}$.

ОДЗ: $x-3\geq 0$; $x\geq 3$.

$x(x-4)(x+4)\sqrt{x-3}=0$;

$\left[\begin{array}{l} x=0\notin \text{ОДЗ}, \\ x=4, \\ x=-4\notin \text{ОДЗ}, \\ x=3. \end{array}\right.$



На промежутке $(3;4)$ функция $\downarrow$, а на промежутке $(4;+\infty)$ – $\uparrow$; $x=4$ – точка минимума.

Контрольная работа «Комбинаторика и теория вероятности»

Вариант 1

№1

$C_{25}^{4}=\frac{25!}{4!\,(25-4)!}=\frac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=50\cdot 11\cdot 23=550\cdot 23=12650.$

№2

$N=4\cdot 4\cdot 3=48$

№3

$A_{x-1}^{2}-C_{x}^{1}=98$;

$\frac{(x-1)!}{(x-3)!}-\frac{x!}{1!\,(x-1)!}=98$; $(x-1)(x-2)-x=98$; $x^2-3x+2-x-98=0$;

$x^2-4x-96=0 \iff \left[\begin{array}{l} x_1=12, \\ x_2=-8\notin \text{условию } x>0. \end{array}\right.$

Ответ: 12.

№4

$\left(2x^2-\frac{1}{x}\right)^5=32x^{10}-C_5^1(2x^2)^4\cdot\frac{1}{x}+C_5^2(2x^2)^3\frac{1}{x^2}-C_5^3(2x^2)^2\frac{1}{x^3}+C_5^4\cdot 2x^2\cdot\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^5}=$

$=32x^{10}-80x^7+80x^4-40x+\frac{10}{x^2}-\frac{1}{x^5}$.

№5

В колоде по 9 карт каждой масти. Всего карт 36. Значит,

$p=\frac{9-1}{36-1}=\frac{8}{35}\approx 0{,}23\ (23\%)$

№6

Первую вершину берём 6-ью способами, а вторую $6-1=5$-тью способами, т.к. порядок не важен, то делим на 2 и используем формулу сочетания. Противоположную вершину выбираем 7-мью способами. Аналогично с двумя вершинами на другой грани.

$N=C_6^2\cdot C_7^1+C_7^2\cdot C_6^1=\frac{1}{\cancel{2}}(6-1)\cdot\overset{3}{\cancel{6}}\cdot 7+\frac{1}{\cancel{2}}(7-1)\cdot\overset{3}{\cancel{6}}\cdot 7=21\cdot 5+21\cdot 6=21\cdot 11=231.$

Ответ: $N=231$.

Вариант 2.

№1

$N = 5\cdot 4\cdot 3 = 60$

№2

$N = 3^3 = 27$

№3

$A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0;$

$\frac{x!}{(x-3)!} - 6\cdot\frac{x!}{(x-2)!(x-x+2)!} = 0;\quad \frac{x!}{(x-3)!} - \frac{6x!}{(x-2)!2!} = 0;$

$x(x-1)(x-2) - \cancel{\frac{6}{2}}3(x^2-x) = 0;\quad x(x^2-3x+2) - 3x(x-1) = 0;$

$x(x^2-3x+2-3x+3) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin \text{условию } x>0, \\ x^2-6x+5=0, \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \notin \text{усл. } x>3 \\ x_2 = 5. \end{array}\right.$

Ответ: 5.

№4

$\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)^6 = \frac{(3x^3+1)^6}{x^6} = \frac{729x^{18}+1458x^{15}+1215x^{12}+540x^9+135x^6+18x^3+1}{x^6} =$

$= 729x^{12}+1458x^9+1215x^6+540x^3+135+\frac{18}{x^2}+\frac{1}{x^6}.$

№5

$p(ABC) = p(A)\cdot p(B)\cdot p(C) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{36}_{\cancel{12}_3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{35}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{34}_{17}} = \frac{1}{105\cdot 17} = \frac{1}{1785} \approx 0{,}0005\ (0{,}05\%)$

№6

$N = C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10\cdot\cancel{9}^3\cdot\cancel{8}^4}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1} = 120.$

Ответ: 120.

Контрольная работа «Уравнения и неравенства»

Вариант I

№1

а) $\sqrt{9-x^2}\,(2\cos x-1)=0$;

$$\begin{cases} 9-x^2\geq 0, \\ \left[\begin{array}{l} \cos x=\frac{1}{2}, \\ 9-x^2=0, \end{array}\right. \end{cases} \qquad \begin{cases} x\in[-3;3], \\ \left[\begin{array}{l} x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z, \\ x=\pm 3. \end{array}\right. \end{cases}$$

Отберём корни на отрезке $[-3;3]$:

1. $x=\pm 3\in[-3;3]$.

2. $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$.

$$-3\leq\frac{\pi}{3}+2\pi n\leq 3$$
$$-3-\frac{\pi}{3}\leq 2\pi n\leq 3-\frac{\pi}{3}$$
$$-\frac{9-\pi}{3}\leq 2\pi n\leq\frac{9-\pi}{3}$$
$$\frac{-9-\pi}{6\pi}\leq n\leq\frac{9-\pi}{6\pi}$$
$$\frac{-9-3{,}14}{6\cdot 3{,}14}\leq n\leq\frac{9-3{,}14}{6\cdot 3{,}14}$$
$$-\frac{12{,}14}{18{,}84}\leq n\leq\frac{5{,}86}{18{,}84}$$
$$-0{,}6\leq n\leq 0{,}3$$

Т.к. $n\in Z$, то $n=0$

$n=0$, то $x=\frac{\pi}{3}$.

$$-3\leq-\frac{\pi}{3}+2\pi n\leq 3$$
$$-3+\frac{\pi}{3}\leq 2\pi n\leq 3+\frac{\pi}{3}$$
$$-3+1{,}1\leq 6{,}28n\leq 3+1{,}1$$
$$\frac{-1{,}9}{6{,}28}\leq n\leq\frac{4{,}1}{6{,}28}$$

Т.к. $n\in Z$, то $n=0$

$n=0$, то $x=-\frac{\pi}{3}$.

Ответ: $\pm 3;\ \pm\frac{\pi}{3}$.

б) $\lg^2 x+4\lg\frac{x}{10}=1$.

ОДЗ: $x>0$.

$\lg^2 x+4\lg x-4-1=0$;

$\lg^2 x+4\lg x-5=0 \iff \left[\begin{array}{l} \lg x=1, \\ \lg x=-5, \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=10, \\ x=10^{-5}. \end{array}\right.$

Ответ: $10^{-5};\ 10$.

в) $\sqrt{4x+12}+\sqrt{12-8x}=\sqrt{28+8x}$

ОДЗ: $\begin{cases} 4x+12\geq 0, \\ 12-8x\geq 0, \\ 28+8x\geq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x\geq -3, \\ x\leq\frac{12}{8}=\frac{3}{2}=1{,}5, \\ x\geq-\frac{28}{8}=-\frac{7}{2}=-3{,}5, \end{cases} \Rightarrow x\in[-3;1{,}5]$.

$\sqrt{x+3}+\sqrt{3-2x}=\sqrt{7+2x}$;

$\sqrt{x+3}+\sqrt{3-2x}-\sqrt{7+2x}=0$.

Пусть $f(x)=\sqrt{x+3}+\sqrt{3-2x}-\sqrt{7+2x}$. Данная ф-ция яв-ся монотонно возр.

При $x=-3$ $f(x)$ будет принимать наим. знач.

$f(-3)=0+3-1=2\in E(y)$. $\Rightarrow x=1$.

$x=1$, то $\sqrt{4+12}+\sqrt{12-8}=\sqrt{28+8}$

$4+2=6$

верно.

Ответ: 1.

№2

а) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-x^2)+\sqrt{3}^{\log_5 1}<0$; $\log_{\frac{1}{2}}(3x-x^2)<-1$; $\log_2(3x-x^2)>1 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-x^2>0,\\3x-x^2>2,\end{cases} \Rightarrow$

$3x-x^2>2$; $x^2-3x+2<0$; $(x-1)(x-2)<0$; $x\in(1;2)$.

б) $3+x-|x-1|>1$.

1) $\begin{cases}x\le 1,\\3+x+x-1>1,\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 1,\\2x>-1,\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 1,\\x>-\frac{1}{2},\end{cases} \Rightarrow x\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$.

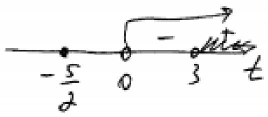
2) $\begin{cases}x>1,\\3+\cancel{x}-\cancel{x}+\cancel{1}>\cancel{1},\end{cases}$ $\begin{cases}x>1,\\3>0,\end{cases} \Rightarrow x>1$.

Ответ: $x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

в) $\dfrac{3^{x+1}+2}{3^x-3}\geq 2\log_3\sqrt{3}=1$; $\dfrac{3\cdot3^x+2-3^x+3}{3^x-3}\geq0$; $\dfrac{2\cdot3^x+5}{3^x-3}\geq0$.

Пусть $3^x=t$, где $t>0$, то

$\dfrac{2t+5}{t-3}\geq0$



$t\in(3;+\infty)$.

Обратно:

$3^x>3 \Leftrightarrow x>1$.

Ответ: $x\in(1;+\infty)$.

№3

$12x-5y=4$; $5y=\dfrac{12x-4}{1}$; $y=\dfrac{12x-4}{5}=\dfrac{10x-5+2x+1}{5}=(2x-1)+\dfrac{2x+1}{5}$.

Пусть $2x+1=5z$; $x=\dfrac{5z-1}{2}=\dfrac{4z-2+z+1}{2}=(2z-1)+\dfrac{z+1}{2}$.

Пусть $z+1=2u$; $z=2u-1$.

Обратно: $x=\dfrac{5(2u-1)-1}{2}=\dfrac{10u-5-1}{2}=5u-3$. $\Rightarrow y=\dfrac{12(5u-3)-4}{5}=\dfrac{60u-40}{5}=12u-8$.

Формулы $x=5u-3$ и $y=12u-8$, где u – произвольное число, представляют общее решение исходного ур-ия в целых числах.

Ответ: $x=5u-3$; $y=12u-8$, где $u\in R$.

№4

$\begin{cases}\dfrac{x+6y}{x-6y}-4\,\dfrac{x-6y}{x+6y}=3,\\34y^2-x^2=9.\end{cases}$

Решение:

1) Пусть $\frac{x+3y}{x-3y}=t$, то

$t-\frac{4}{t}=3$; $t^2-3t-4=0$; $\left[\begin{array}{l} t_1=-1, \\ t_2=4. \end{array}\right.$

Обратно:

$\frac{x+3y}{x-3y}=-1$; $x+\cancel{3y}=\cancel{3y}-x$; $x=0 \notin$

$\frac{x+3y}{x-3y}=4$; $x+3y=4x-12y$; $\cancel{3}x=\cancel{15}^{5}y$; $x=5y$.

2) $34y^2-25y^2=9$; $9y^2=9$; $y=\pm1$.

$\Rightarrow x=\pm5$.

Ответ: $(5;1)$; $(-5;-1)$.

№5

$\log_2(x^2+2)=\cos\pi x$.

Решим ур-ие методом мажоранит:

$1\le\log_2(x^2+2)=\cos\pi x\le1$

$\begin{cases}\log_2(x^2+2)=1, \\ \cos\pi x=1,\end{cases} \Rightarrow x=0.$

Ответ: 0.

Вариант 2

№1

а) $\sqrt{4-x^2}(2\sin x-\sqrt{3})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x^2\ge0 \\ \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ x^2=4,\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in[-2;2], \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z, \\ x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in \\ x=\pm2.\end{array}\right.\end{cases}$

Отбор корней на промежутке $[-2;2]$:

1. $x=\pm2\in[-2;2]$.

2. $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$

$n=0$, $x=\frac{\pi}{3}\in[-2;2]$

$n=-1$, $x=-\frac{\pi}{3}\in[-2;2]$

3. $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi n$

нет решений

Ответ: ±2; $\pm\frac{\pi}{3}$.

б) $\log_2^2x+\log_2\frac{2}{x}=3$.

ОДЗ: $x>0$.

$\log_2^2x-\log_2x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2x=-1, \\ \log_2x=2,\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}, \\ x=4.\end{array}\right.$

Ответ: $\frac{1}{2}$; 4.

б) $\sqrt{1{,}25-x}-\sqrt{1{,}25+x}=\sqrt{0{,}5-0{,}5x}$.

$f(x)=\sqrt{1{,}25-x}-\sqrt{1{,}25+x}$ – убыв. ф-ция.

$g(x)=\sqrt{0{,}5-0{,}5x}$ – возр. ф-ция.

Значит, ур-ие $f(x)=g(x)$ будет иметь не более одного корня.

Подбором находим, что $x=-1$.

Ответ: -1.

№2

а) $\log_{\frac{1}{4}}(5x-x^2)+\sqrt{5}^{\log_5 1}<0$;

$-\log_4(5x-x^2)<-1$;

$\log_4(5x-x^2)>1 \iff \begin{cases}5x-x^2>0,\\5x-x^2>4,\end{cases} \Rightarrow x^2-5x+4<0;\ (x-1)(x-4)<0;\ x\in(1;4)$

Ответ: $(1;4)$.

б) $2+x-|2x+1|<-3$.

1) $\begin{cases}2x+1\geqslant0,\\2+x-2x-1<-3,\end{cases}\ \begin{cases}x\geqslant-\frac{1}{2},\\x>4,\end{cases} \Rightarrow x>4.$

2) $\begin{cases}2x+1<0,\\2+x+2x+1<-3,\end{cases}\ \begin{cases}x<-\frac{1}{2},\\3x<-6,\end{cases} \Rightarrow x<-2.$

Ответ: $x\in(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$.

в) $\frac{2^{x+2}-5}{2^x+1}\leq 3\log_5\sqrt[3]{5}=1$; $\frac{4\cdot2^x-5}{2^x+1}-1\leq0$; $\frac{4\cdot2^x-5-2^x-1}{2^x+1}\leq0 \iff$

$\frac{3\cdot2^x-6}{2^x+1}\leq0 \iff 2^x\leq2;\ x\leq1.$

Ответ: $x\leq1$.

№3

$5x-3y=11$; $3y=-11+5x$; $y=\frac{5x-11}{3}=\frac{6x-12-x+1}{3}=(2x-4)+\frac{1-x}{3}$.

Пусть $1-x=3z$; $x=1-3z$.

Обратно: $y=\frac{5(1-3z)-11}{3}=\frac{5-3\cdot5z-11}{3}=\frac{-15z-6}{3}=-5z-2$.

Формулы $x=1-3z$; $y=-5z-2$, где z – произвольное число, яв-ся решениями данного ур-ия в целых числах.

Ответ: $(1-3z;\ -5z-2\ |\ z\in R)$.

№4

$\begin{cases}\frac{y+x}{y-x}+5\frac{y-x}{y+x}=6,\\x^2+y^2=13.\end{cases}$

Решение:

1) Пусть $\frac{y+x}{y-x}=t$, то

$$t+\frac{5}{t}=6 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-6t+5=0, \\ t\neq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=1, \\ t=5; \end{array}\right. \\ t\neq 0. \end{cases}$$

Обратно:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \frac{y+x}{y-x}=1, \\ \frac{y+x}{y-x}=5, \end{array}\right. \\ \frac{y+x}{y-x}\neq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y+x=y-x, \\ y+x=5y-5x, \end{array}\right. \\ y\neq x, \\ y\neq -x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0, \\ 6x=4y, \end{array}\right. \\ y\neq \pm x, \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}y.$$

2) $x^2+y^2=13$; $\frac{4}{9}y^2+y^2=13$; $\frac{13y^2}{9}=13$; $y=\pm 3 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Ответ: $(2;3)$; $(-2;-3)$.

№5

$\sin(1{,}5\pi x)=x^2+2x+2$

$f(x)=x^2+2x+2 \Rightarrow x_0=-\frac{2}{2}=-1 \Rightarrow y(-1)=1.$

Воспользуемся методом мажорант:

$1\geq \sin(1{,}5\pi x)=x^2+2x+2\geq 1;$

$$\begin{cases} x^2+2x+2=1, \\ \sin(1{,}5\pi x)=1 \end{cases} \Rightarrow x=-1.$$

Ответ: -1.

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

1. а) 6

   б) 2

2. $F(x) = \frac{1}{9}(3x + 1)^6 + C$
3. $6\frac{3}{4}$
4. а) $x_1=2$, $x_2=1\frac{8}{25}$

   б) $[-\frac{1}{3}; 1)$

   в) $x_1=0$ $x_2=1$
5. 2

Вариант 2

1. а) 10

   б) 3

2. $F(x) = \frac{3}{28}(4x + 5)^7 + C$
3. 96
4. а) $x_1=3$, $x_2=\frac{8}{9}$

   б) $[5; \infty)$

   в) $x_1=1$ $x_2=2$
5. 3

Оценочные материалы по геометрии 10 класс

Контрольная работа № 1

«Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

вариант №1.

Вариант 1

1^0. Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α. Через вершины B и C трапеции проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное расположение прямых EF и AB?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB, если $\angle ABC = 150°$? Ответ обоснуйте.

2. Дан пространственный четырёхугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырёхугольника соединены последовательно отрезками.

а)^0 Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырёхугольник — ромб.

вариант 2.

Вариант 2

1^0. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка P — середина стороны AD, точка K — середина DC.

а) Каково взаимное расположение прямых PK и AB?

б) Чему равен угол между прямыми PK и AB, если $\angle ABC = 40°$ и $\angle BCA = 80°$? Ответ обоснуйте.

2. Дан пространственный четырёхугольник $ABCD$, M и N — середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$, $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

а)^0 Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что четырёхугольник $MNEK$ — трапеция.

Контрольная работа № 2

«Параллельность плоскостей в пространстве».

вариант 1

Вариант 1

1^0. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2^0. Через точку O, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m — в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_2B_2, если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3. Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами рёбер AB, BC и DD_1.

вариант 2

Вариант 2

1^0. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2^0. Через точку O, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m — в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_1B_1, если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N, являющиеся серединами рёбер DC и BC, и точку K, такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

ключ.

Вариант 1

1^0. Рис. 1.34, $a \parallel b$, $a \dot{-} b'$.

2^0. 16 см.

3. Сечение — пятиугольник.

Вариант 2

1^0. Рис. 1.35, $a \parallel b$, $a \dot{-} b'$.

2^0. 9 см.

3. Сечение — трапеция.

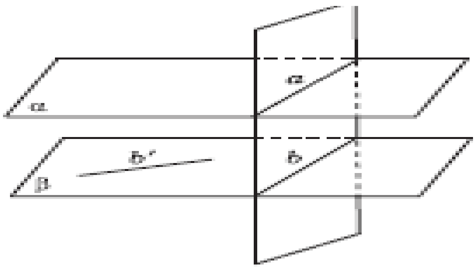


Рис. 1.34

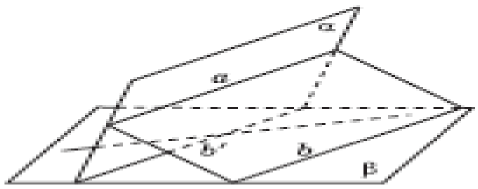


Рис. 1.35

Контрольная работа № 3.

«Перпендикулярность прямых и плоскостей».

вариант 1.

Вариант 1

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
а)^0 ребро куба;
б)^0 косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a, один из углов ромба равен $60°$. Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки D.

а)^0 Найдите расстояние от точки C до плоскости α.
б)^0 Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.
в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α.

вариант 2.

Вариант 2

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как $1:1:2$. Найдите:
а)^0 измерения параллелепипеда;
б)^0 синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

2. Сторона квадрата $ABCD$ равна a. Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки B.
а)^0 Найдите расстояние от точки C до плоскости α.
б)^0 Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, $M \in \alpha$.
в) Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α.

ответы:

Вариант 1. 1. а) $2\sqrt{3}$ см; б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
2. а) $\frac{a}{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Вариант 2. 1. а) 2 см, 2 см, 4 см; б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
2. а) $\frac{a}{2}$; в) $30°$.

Контрольная работа № 4.

« Многогранники».

вариант 1.

Вариант 1

1^0. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC, сторона которого равна a. Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол $30°$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен $60°$. Плоскость AD_1C_1 составляет с плоскостью основания угол $60°$. Найдите:

а)^0 высоту ромба;

б)^0 высоту параллелепипеда;

в)^0 площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь поверхности параллелепипеда.

вариант 2.

Вариант 2

1^0. Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$, стороны которого равны $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен $45°$. Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма.

Найдите:

а)^0 меньшую высоту параллелограмма;

б)^0 угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;

в)^0 площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь поверхности параллелепипеда.

Зачёт № 3. Многогранники. Площади поверхностей призмы и пирамиды

Карточка 1

1. Докажите теорему о площади боковой поверхности прямой призмы.

2. Решите одну из задач: 305 или 306. Некоторым учащимся можно предложить решить задачу для частных значений h и α, h и φ. Например, в задаче 305 можно положить $h = 4$ см, $\alpha = 60°$.

3. **Задача.** В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 4 см, плоский угол при вершине равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Карточка 2

1. Докажите теорему о площади боковой поверхности правильной пирамиды.

2. Решите одну из задач: 294 или 298. Некоторым учащимся можно предложить решить задачу для частных значений S_0 и a, b и a. Например, в задаче 294 можно положить $S_0 = 60$ см^2, $a = 6$ см.

3. **Задача.** Правильная четырёхугольная призма пересечена плоскостью, содержащей две её диагонали. Площадь полученного сечения равна 60 см^2, а сторона основания равна 6 см. Вычислите площадь боковой поверхности призмы.

Карточка 3

1. Расскажите о правильных многогранниках.

2. Решите одну из задач: 303 или 308. Возможно некоторое изменение условий задач.

3. **Задача.** Основанием пирамиды является ромб. Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания и образуют двугранный угол 150°, а две другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 45°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если её высота равна 4 см.

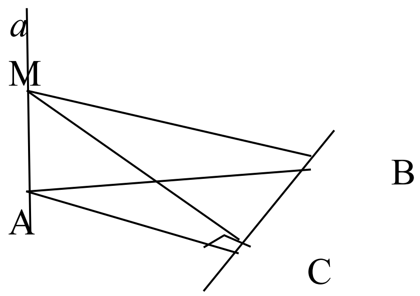
Итоговая контрольная работа.

Контрольная работа рассчитана на два урока по 40 – 45 минут, содержит 4 разноуровневых варианта: варианты 1 и 2 предназначены менее подготовленным ученикам, варианты 3 и 4 обучающимся на хорошо и отлично.

Задача №1 по готовому чертежу на доказательство с применением теоремы о трёх перпендикулярах или обратной ей.

Цель: проверка умений применять полученные знания по основным темам курса геометрии 10 класса.

Итоговая контрольная работа
по геометрии. 10 кл. (УМК Л.С. Атанасян и др.)
ВАРИАНТ 1.

1. 

Дано: $a \perp (ABC)$, $\triangle ABC$ – прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$

Доказать: $\triangle MCB$ - прямоугольный.

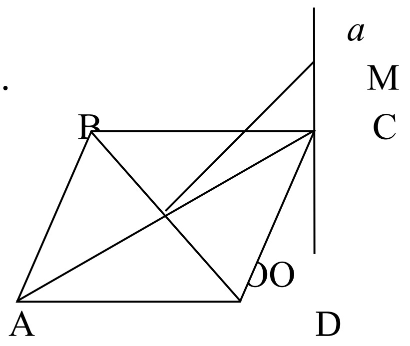
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – правильная призма. $AB = 6$см, $AA_1 = 8$см. Найти угол между прямыми AA_1 и BC; площадь полной поверхности призмы.

3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $2\sqrt{3}$см, а высота равна 2 см. Найти угол наклона бокового ребра к плоскости основания. Ответ запишите в градусах.

4. Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в 120˚ между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 56 см^2. Найти площадь полной поверхности призмы.

Итоговая контрольная работа
по геометрии. 10 кл. (УМК Л.С. Атанасян и др.)
ВАРИАНТ 2.

1.



Дано: ABCD – ромб,
AC ∩ BD = O,
$\perp$ *a* (ABC).
Доказать: MO BD.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – правильная призма. Площадь её полной поверхности равна 210 м^2, а площадь боковой поверхности 160 м^2. Найти сторону основания и высоту призмы.

3. В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 6 см и длиной бокового ребра $\sqrt{50}$ см найти косинус угла наклона бокового ребра к плоскости основания и площадь боковой поверхности.

4. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в 60˚. Меньшая из площадей диагональных сечений равна 130 см^2. Найти площадь полной поверхности параллелепипеда.

Оценочные материалы по геометрии 11 класс

<u>1.Контрольные работы</u>

Контрольная работа №1 «Метод координат»

<u>Вариант 1</u>

1.Даны точки A(-3;1;4), B(1;-5;2), C(-4;6;2), D(2;-4;8).Вычислите расстояние между серединами отрезков AB и CD.

2.Известны координаты трех точек A(-1;2;-5), B(3;-1;6) и C(4;5;-7). Определите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC.

3.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M - центр грани BB_1C_1C. Найдите угол между прямыми AM и DB_1.

4.Вершины треугольника ABC имеют координаты A(-8;7;-4), B(-6;5;-5) и C(-5;3;-4). Найдите площадь треугольника ABC.

5*.Точки A(5;-1;2) и B(1;3;-4) симметричны относительно плоскости α. Напишите уравнение этой плоскости.

<u>Вариант 2</u>

1.Даны точки A(5;-1;3), B(3;-5;1), C(2;-6;4), D(-4;2;6). Вычислите расстояние между серединами отрезков AB и CD.

2.Известны координаты трех точек A(2;-1;7), B(-4;3;-1) и C(-1;4;3). Определите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC.

3.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M - центр грани AA_1B_1B. Найдите угол между прямыми DM и C_1B.

4.Вершины треугольника ABC имеют координаты A(-5;2;-3), B(-3;1;-5) и C(-8;6;-3). Найдите площадь треугольника ABC.

5*.Точки A(-3;4;7) и B(1;-2;3) симметричны относительно плоскости α. Напишите уравнение этой плоскости.

Ответы	***Контрольная работа №1 «Метод координат»***				
	№1	*№2*	*№3*	*№4*	*№5*
Вариант 1	$\sqrt{13}$	(2;2;-2)	$\arccos\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{29}}{2}$	2x-2y+3z-1=0
Вариант 2	$\sqrt{35}$	(-1;2;3)	$\arccos\frac{\sqrt{3}}{6}$	$\frac{5\sqrt{5}}{2}$	2x-3y-2z+15=0

Контрольная работа №2 «Цилиндр, конус, шар»

<u>Вариант 1</u>

1.Диаметр основания цилиндра равен 10 см. На расстоянии 3 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси и имеющее форму квадрата. Вычислите площадь этого сечения и площадь осевого сечения цилиндра.

2.Площадь основания конуса равна 15 см^2, а площадь боковой поверхности 17 см^2. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.В усеченном конусе радиус меньшего основания равен R, высота h, угол между образующей и большим основанием равен α. Вычислите площадь боковой поверхности конуса.

4.Сфера касается одной из параллельных плоскостей и пересекает другую плоскость по окружности радиуса r. Найдите радиус сферы, если расстояние между плоскостями равно a.

5.Сфера, заданная уравнением $x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z=11$, пересечена плоскостью с уравнением x=4. Вычислите площадь сечения и площадь поверхности сферы.

<u>Вариант 2</u>

1.Радиус основания цилиндра, осевое сечение которого квадрат, равен 10 см. На расстоянии 8 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси. Вычислите площадь этого сечения и площадь осевого сечения цилиндра.

2.Площадь основания конуса равна 12 см^2, а площадь боковой поверхности 13 см^2. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.В усеченном конусе радиус меньшего основания равен R, образующая l, угол между высотой конуса и его образующей равен α. Вычислите площадь боковой поверхности конуса.

4.Сфера радиуса R касается одной из параллельных плоскостей и пересекает другую плоскость по окружности. Найдите радиус этой окружности, если расстояние между плоскостями равно a.

5.Сфера, заданная уравнением $x^2+y^2+z^2-4x+2y+6z=7$, пересечена плоскостью с уравнением y=-3. Вычислите площадь сечения и площадь поверхности сферы.

Ответы	***Контрольная работа №2 «Цилиндр, конус, шар»***				
	№1	*№2*	*№3*	*№4*	*№5*
Вариант 1	64см^2 ; 80см^2	8/π см^2	πh	$\frac{a^2+r^2}{2a}$	16π; 100π
Вариант 2	240см^2; 400см^2	5/π см^2	$\pi l(2R - l\sin\alpha)$	$\sqrt{2aR-a^2}$	17π; 84π

Контрольная работа №3
«Объемы прямого параллелепипеда, прямой призмы и цилиндра»

<u>Вариант 1</u>

1.В прямоугольном параллелепипеде диагонали трех граней, выходящих из одной вершины, равны 7см, 8см и 9см. Вычислите объем параллелепипеда.

2.Площадь большего диагонального сечения правильной шестиугольной призмы равна площади ее основания. Найдите объем призмы, если сторона ее основания равна a.

3.В основании прямой призмы лежит трапеция. Площади параллельных боковых граней призмы равны S_1 и S_2, а расстояние между ними равно a. Вычислите объем призмы.

4.Периметры боковых граней прямоугольного параллелепипеда равны 16см и 24см. Найдите объем параллелепипеда, имеющего наибольшую боковую поверхность.

5.Прямоугольник с диагональю, равной $2\sqrt{3}$см, вращается вокруг одной из сторон. Вычислите объем тела вращения, если этот объем имеет наибольшее возможное значение.

<u>Вариант 2</u>

1.В прямоугольном параллелепипеде диагонали трех граней, выходящих из одной вершины, равны 5см, 7см и 8см. Вычислите объем параллелепипеда.

2.Площадь меньшего диагонального сечения правильной шестиугольной призмы равна площади ее основания. Найдите объем призмы, если ее высота равна h.

3.В основании прямой призмы лежит трапеция. Объем призмы равен V.Площади параллельных боковых граней призмы равны S_1 и S_2. Вычислите расстояние между ними.

4.Периметры боковых граней прямоугольного параллелепипеда равны 20см и 28см. Найдите объем параллелепипеда, имеющего наибольшую боковую поверхность.

5.Прямоугольник с диагональю, равной $3\sqrt{3}$см, вращается вокруг одной из сторон. Вычислите объем тела вращения, если этот объем имеет наибольшее возможное значение.

Ответы	***Контрольная работа №3 «Объемы прямого параллелепипеда, прямой призмы и цилиндра»***				
	№1	*№2*	*№3*	*№4*	*№5*
Вариант 1	$48\sqrt{11}$см^3	$\frac{27}{8}a^3$	$\frac{(S_1+S_2)a}{2}$	105см^3	16π см^3
Вариант 2	$20\sqrt{11}$см^3	$\frac{2\sqrt{3}}{3}h^3$	$\frac{2V}{(S_1+S_2)}$	192см^3	54π см^3

Контрольная работа №4
«Объемы наклонной призмы, пирамиды, конуса и шара»

<u>Вариант 1</u>

1.В основании призмы лежит треугольник, у которого одна сторона равна 2см, а две другие по 3см.Боковое ребро равно 6см и составляет с плоскостью основания угол 60º. Найдите объем призмы.

2.Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна *а,* боковое ребро равно *в*. Найдите объем пирамиды.

3.Радиусы оснований усеченного конуса равны 5см и 20см, образующая равна 17см. Найдите объем усеченного конуса.

4.Сечение, перпендикулярное диаметру шара, делит этот диаметр в отношении 1:2. Вычислите объем меньшего шарового сегмента, отсекаемого от шара, если площадь поверхности шара равна 144π см^2.

5.В основании пирамиды лежит ромб со стороной a и углов 60º. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две соседние с ней грани образуют с основанием двугранные углы по 30º.Найдите объем пирамиды.

Вариант 2

1.В основании призмы лежит треугольник, у которого одна сторона равна 6см, а две другие по 5см.Боковое ребро равно 4см и составляет с плоскостью основания угол 45º. Найдите объем призмы.

2.Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна *а,* боковое ребро равно *в*. Найдите объем пирамиды.

3.Радиусы оснований усеченного конуса равны 5см и 13см, образующая равна 17см. Найдите объем усеченного конуса.

4.Сечение, перпендикулярное диаметру шара, делит этот диаметр в отношении 1:3. Площадь поверхности шара равна 144π см^2. Вычислите объем большего шарового сегмента, отсекаемого от шара.

5.В основании пирамиды лежит ромб со стороной a и углов 30º. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две соседние с ней грани образуют с основанием двугранные углы по 45º.Найдите объем пирамиды.

Ответы	***Контрольная работа №4 «Объемы наклонной призмы, пирамиды, конуса и шара»***				
	№1	*№2*	*№3*	*№4*	*№5*
Вариант 1	$6\sqrt{6}$см^3	$\frac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{12}$	1400π см^3	$\frac{224}{3}\pi$см^3	$\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$
Вариант 2	$24\sqrt{2}$см^3	$\frac{a^2\sqrt{4b^2-2a^2}}{6}$	1295π см^3	243πсм^3	$\frac{1}{24}a^3$

Итоговая контрольная работа

Вариант 1

В правильной четырехугольной пирамиде *MABCD* сторона основания равна 6, а боковое ребро 5. Найдите:

1. площадь боковой поверхности пирамиды;
2. объем пирамиды;
3. угол наклона боковой грани к плоскости основания;
4. скалярное произведение векторов $(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})\cdot\overrightarrow{AM}$;
5. площадь описанной около пирамиды сферы;
6. *угол между *BD* и плоскостью *DMC*.

Вариант 2

В правильной четырехугольной пирамиде *MABCD* боковое ребро равно 8 и наклонено к плоскости основания под углом 60º. Найдите:

1. площадь боковой поверхности пирамиды;
2. объем пирамиды;
3. угол между противоположными боковыми гранями;
4. скалярное произведение векторов $\frac{1}{2}(\mathrm{MA}+\mathrm{MC})\cdot \mathrm{ME}$, где *E* – середина *DC*;
5. объем описанного около пирамиды шара;
6. *угол между боковым ребром *AM* и плоскостью *DMC*.

Ответы	***Итоговая контрольная работа***					
	№1	*№2*	*№3*	*№4*	*№5*	*№6*
Вариант 1	48	$12\sqrt{7}$	arccos $\frac{3}{4}$	36	$\frac{625\pi}{7}$	arcsin $\frac{\sqrt{14}}{8}$
Вариант 2	$6\sqrt{39}$	$12\sqrt{3}$	arccos $\frac{4}{5}$	-12	$\frac{32\pi}{81}$-2)^3	arcsin $\frac{3\sqrt{39}}{26}$

2.Зачеты

*Зачет по теме **«Векторы в пространстве»***

Вопросы к зачету:

1. *Дайте определение*: вектора; коллинеарных векторов; сонаправленных векторов; противоположно направленных векторов; компланарных векторов; произведения вектора на число.
2. *Опишите с помощью чертежа*: правило треугольника сложения векторов; правило параллелограмма сложения векторов; правило вычитания векторов; правило параллелепипеда для сложения трех некомпланарных векторов
3. *Сформулируйте*: признак компланарности векторов; теорему о разложении вектора по трем некомпланарным векторам.

Задания для зачета

Вариант 1.

1. Верно ли, что векторы, лежащие на боковых ребрах призмы, коллинеарны?
2. Могут ли три компланарных вектора лежать на трех взаимно перпендикулярных прямых?
3. Верно ли, что векторы, лежащие на двух прямых, перпендикулярных к третьей, коллинеарны?
4. Могут ли три вектора, один из которых является суммой двух других, быть некомпланарными?
5. Точки A и C симметричны относительно плоскости α, а точки B и D симметричны относительно прямой AC. Назовите вектор, равный вектору $\overrightarrow{AB}$.
6. Даны ненулевые векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{d}$, причемвекторы $\vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{d}$ некомпланарны. Назовите два данных вектора, которые вместе с вектором $\vec{a}$образуют тройку некомпланарных векторов, если $\vec{a}$ =2$\vec{c}$.
7. Назовите вектор, равный $\overrightarrow{DA}$+$\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{CB}$.

8. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ назовите вектор, равный $\overrightarrow{AC}1$ - $\overrightarrow{DC}$ - $\overrightarrow{BC}$ + $\overrightarrow{A1B}1$.

Вариант 2.

1. Верно ли, что векторы, лежащие на боковых ребрах пирамиды, коллинеарны?
2. Могут ли три некомпланарных вектора лежать на трех параллельных прямых?
3. Верно ли, что векторы, лежащие в двух параллельных плоскостях, коллинеарны?
4. Могут ли три вектора, один из которых является разностью двух других, быть некомпланарными?
5. Точки A и C симметричны относительно плоскости α, а точки B и D симметричны относительно прямой AC. Назовите вектор, равный вектору $\overrightarrow{AD}$.
6. Даны ненулевые векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$и$\vec{d}$, причемвекторы $\vec{b}, \vec{c}$и$\vec{d}$ некомпланарны. Назовите два данных вектора, которые вместе с вектором $\vec{a}$образуют тройку некомпланарных векторов, если $\vec{a} = -3\vec{d}$.
7. Назовите вектор, равный $\overrightarrow{BD}$+$\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{CD}$.
8. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ назовите вектор, равный $\overrightarrow{BD}1$ - $\overrightarrow{CD}$ - $\overrightarrow{AD}$ + $\overrightarrow{B1C1}$.

Зачет по теме ***«Метод координат в пространстве»***

Вопросы к зачету:

1. *Дайте определение*: радиус-вектора точки. Назовите координаты радиус-вектора точки $A(a_1;a_2;a_3)$.
2. *Сформулируйте*: правило вычисления координат вектора по координатам его концов.
3. *Запишите формулу:* координат середины отрезка; разложения вектора $\vec{a}\{x;y;z\}$ по координатным векторам; длины вектора; Расстояния между двумя точками.
4. *Дайте определение*: скалярного произведения векторов в пространстве.
5. *Запишите формулу:* вычисления скалярного произведения двух векторов по их координатам.
6. *Перечислите*: виды движений в пространстве и виды симметрии в пространстве.

Задания для зачета

Вариант 1.

1. Может ли вектор с тремя ненулевыми координатами быть параллелен одной из координатных плоскостей?
2. Дан вектор $\vec{a}\{-1;2;0\}$. Назовите координатный вектор, образующий с вектором $\vec{a}$ тупой угол.
3. Закончите утверждение: «Если две точки симметричны относительно плоскости Oxz , то их ординаты…».
4. Верно ли, что точки симметричны относительно оси Oz , имеют противоположные аппликаты?
5. Может ли вектор, коллинеарный одному из координатных векторов, иметь ровно одну ненулевую координату?
6. При зеркальной симметрии куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ относительно одной из плоскостей его симметрии, ребро AA_1 отображается на ребро BA. Назовите плоскость симметрии.

7. Закончите утверждение: «Если вектор $\vec{p}$ лежит на прямой *a*, то при параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ прямая *a*…».
8. Закончите утверждение: «Если при осевой симметрии плоскость отображается на себя, то она перпендикулярна к оси симметрии либо …».

Вариант 2.

1. Может ли вектор с тремя ненулевыми координатами быть перпендикулярен к одной из координатных плоскостей?
2. Дан вектор $\vec{a}\{-1;2;0\}$. Назовите координатный вектор, образующий с вектором $\vec{a}$ острый угол.
3. Закончите утверждение: «Если две точки симметричны относительно оси Oz, то они имеют равные…».
4. Верно ли, что точки симметричны относительно плоскости Oxz, имеют противоположные ординаты?
5. Может ли вектор, коллинеарный одному из координатных векторов, иметь ровно две ненулевые координаты?
6. При зеркальной симметрии куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ относительно одной из плоскостей его симметрии, ребро BB_1 отображается на ребро BA. Назовите плоскость симметрии.
7. Закончите утверждение: «Если вектор $\vec{p}$ лежит на прямой, параллельной прямой *a*, то при параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ прямая *a*…».
8. Закончите утверждение: «Если при зеркальной симметрии прямая отображается на себя, то она лежит в плоскости симметрии либо …».

*Зачет по теме **«Цилиндр. Конус. Шар»***

Вопросы к зачету:

1. *Дайте определение*: радиус-вектора точки. Назовите координаты радиус-вектора точки $A(a_1;a_2;a_3)$.
2. *Сформулируйте*: правило вычисления координат вектора по координатам его концов.
3. *Запишите формулу:* координат середины отрезка; разложения вектора $\vec{a}\{x;y;z\}$ по координатным векторам; длины вектора; Расстояния между двумя точками.
4. *Дайте определение*: скалярного произведения векторов в пространстве.
5. *Запишите формулу:* вычисления скалярного произведения двух векторов по их координатам.
6. *Перечислите*: виды движений в пространстве и виды симметрии в пространстве.

Задания для зачета

Вариант 1.

1. Может ли вектор с тремя ненулевыми координатами быть параллелен одной из координатных плоскостей?
2. Дан вектор $\vec{a}\{-1;2;0\}$. Назовите координатный вектор, образующий с вектором $\vec{a}$ тупой угол.
3. Закончите утверждение: «Если две точки симметричны относительно плоскости Oxz, то их ординаты…».

4. Верно ли, что точки симметричны относительно оси Oz , имеют противоположные аппликаты?
5. Может ли вектор, коллинеарный одному из координатных векторов, иметь ровно одну ненулевую координату?
6. При зеркальной симметрии куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ относительно одной из плоскостей его симметрии, ребро AA_1 отображается на ребро BA. Назовите плоскость симметрии.
7. Закончите утверждение: «Если вектор $\vec{p}$ лежит на прямой *a*, то при параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ прямая *a*…».
8. Закончите утверждение: «Если при осевой симметрии плоскость отображается на себя, то она перпендикулярна к оси симметрии либо …».

Вариант 2.

1. Может ли вектор с тремя ненулевыми координатами быть перпендикуляре к одной из координатных плоскостей?
2. Дан вектор $\vec{a}\{-1;2;0\}$. Назовите координатный вектор, образующий с вектором $\vec{a}$ острый угол.
3. Закончите утверждение: «Если две точки симметричны относительно оси Oz , то они имеют равные…».
4. Верно ли, что точки симметричны относительно плоскости Oxz , имеют противоположные ординаты?
5. Может ли вектор, коллинеарный одному из координатных векторов, иметь ровно две ненулевые координаты?
6. При зеркальной симметрии куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ относительно одной из плоскостей его симметрии, ребро BB_1 отображается на ребро BA. Назовите плоскость симметрии.
7. Закончите утверждение: «Если вектор $\vec{p}$ лежит на прямой, параллельной прямой *a*, то при параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ прямая *a*…».
8. Закончите утверждение: «Если при зеркальной симметрии прямая отображается на себя, то она лежит в плоскости симметрии либо …».

Зачет по теме ***«Объемы тел»***

Вопросы к зачету:

Запишите формулу:

- объема прямоугольного параллелепипеда;
- объема куба;
- объема цилиндра;
- объема конуса;
- объема пирамиды;
- объема шара;
- объема усеченной пирамиды;
- объема усеченного конуса;
- площади сферы.

Задания для зачета

Вариант 1.

1. Верно ли, что прямая и наклонная призмы с соответственно равными основаниями могут иметь равные объемы?
2. Могут ли два цилиндра с равными объемами иметь неравные радиусы?
3. Основание пирамиды SABCD – ромб ABCD. Определите, какую часть объема данной пирамиды составляет объем пирамиды SABD?
4. Определите, цилиндром, конусом или усеченным конусом является данное тело, если сечение, параллельное основанию и делящее высоту пополам, делит данное тело на два тела с равными объемами.
5. Верно ли, что отношение высот двух пирамид с равными основаниями равно отношению объемов пирамид?
6. Может ли плоскость, делящая объем шара пополам, делить поверхность шара на части неравной площади?
7. Два цилиндра с радиусами r_1 и r_2 и объемами V_1 и V_2 имеют равные площади осевых сечений. Сравните V_1 и V_2 , если $r_1 > r_2$.

Вариант 2.

1. Верно ли, что правильная и неправильная пирамиды с равными основаниями могут иметь неравные объемы?
2. Могут ли два шара с равными объемами иметь неравные радиусы?
3. Основание пирамиды SABCD – ромб ABCD. Определите, какую часть объема данной пирамиды составляет объем пирамиды SCOD, где O – точка пересечения диагоналей ромба ABCD.
4. Определите, цилиндром, конусом или усеченным конусом является данное тело, если сечение, параллельное основанию и делящее объем данного тела пополам, проходит через середину его высоты.
5. Верно ли, что отношение сторон оснований двух правильных треугольных пирамид с равными высотами равно отношению объемов пирамид?
6. Может ли плоскость, делящая поверхность шара пополам, делить шар на два тела с неравными объемами ?
7. Два цилиндра с радиусами r_1 и r_2 и объемами V_1 и V_2 имеют равные площади осевых сечений. Сравните r_1 и r_2 , если $V_1 < V_2$.